

TRẦN LỮ THỊNH (CHỦ BIÊN)
NGUYỄN ĐỨC TẤN - NGUYỄN ANH HOÀNG

TÀI LIỆU ÔN THI VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN LƯU THỊNH (CHỦ BIÊN)
NGUYỄN ĐỨC TẤN - NGUYỄN ANH HOÀNG

TÀI LIỆU ÔN THI VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

(Tái bản lần thứ năm, có chỉnh lí và bổ sung)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Nội dung như sau: ôn tập kiến thức chuẩn bị thi vào lớp 10 Trung học phổ thông cho học sinh Trung học cơ sở hiện nay, chúng tôi phối hợp với Nhà xuất bản Giáo dục tại TP. Hồ Chí Minh biên soạn bộ sách **Tài liệu ôn thi vào lớp 10**.

Bộ sách gồm ba cuốn, ứng với ba môn học mà học sinh phải thi, như sau :

- **Tài liệu ôn thi vào lớp 10 môn Toán;**
- **Tài liệu ôn thi vào lớp 10 môn Ngữ văn;**
- **Tài liệu ôn thi vào lớp 10 môn Tiếng Anh.**

Nội dung chung của bộ sách này là các tác giả hệ thống hoá những kiến thức cơ bản nhất, cần thiết nhất mà học sinh cần phải nắm vững. Bên cạnh đó các tác giả chú ý hướng dẫn ôn thi, phân loại vấn đề, không chỉ chú ý rèn luyện kỹ năng thông qua giới thiệu và giải các đề thi vào lớp 10, kể cả các đề thi vào các lớp chuyên những năm gần đây và giới thiệu những bài luyện tập (đôi khi những đề thi thử) có kèm theo hướng dẫn.

Riêng cuốn sách **Tài liệu ôn thi vào lớp 10 môn Toán** được chia thành ba phần sau đây :

Phần 1. Kiến thức trọng tâm

Phần 2. Các dạng toán thông gặp

Phần 3. Các đề toán luyện tập.

Trong mỗi phần, các tác giả trình bày một cách súc tích và chính xác những kiến thức cơ bản, cần thiết về Nội dung và Hình học ở Trung học cơ sở, phân loại và hệ thống thành 9 dạng toán mà học sinh thường gặp trong các đề thi, các kì thi vào lớp 10 những năm gần đây, giúp học sinh có khả năng phân tích đề, tìm cách giải một bài toán tốt nhất, không chỉ củng cố và rèn luyện kỹ năng tổ chức, suy luận, tính toán và hướng dẫn cách trình bày khi làm một bài thi. Học sinh được làm quen với các đề thi vào lớp 10, kể cả những đề thi vào trường chuyên, lớp chuyên, những đề thi

nay nêu có lời giải chi tiết và hướng trình bày nhờ giúp an môn thi. Các tác giả cũng biên soạn ra 20 bài toán (dưới dạng các bài thi thử) để giúp học sinh thử sức mình. Đây là những bài toán bám sát nội dung chương trình, vừa tầm, sát trọng tâm thi. Ngoài ra còn có những bài toán hay, dùng cho học sinh thi vào lớp chuyên và say mê môn toán. Tất cả 20 bài toán này đều có hướng dẫn giải. Vì thế tài liệu này còn giúp cho học sinh ôn luyện, tự học rất tốt.

Hi vọng cuốn sách này, cùng với hai cuốn sách còn lại của bộ sách **Tài liệu ôn thi vào lớp 10** sẽ giúp cho học sinh chuẩn bị thi vào lớp 10 một cách tốt nhất, hiệu quả nhất. Sách có thể hướng dẫn nhờ tài liệu luyện thi vào lớp 10 cho giáo viên và cho các bậc phụ huynh có con chuẩn bị thi vào lớp 10. Kính mong hướng sẽ góp ý của hướng gia.

Mọi ý kiến hướng góp xin gửi về : *Ban biên tập Toán – Tin, Công ty CP Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Đình, 231 Nguyễn Văn Cội, quận 5, TP. Hồ Chí Minh.*

Trân trọng cảm ơn.

Các tác giả

A. NHỮNG SỐ

I. Căn bậc hai, căn bậc ba

a) Các công thức biến đổi căn thức bậc hai

1) $\sqrt{A^2} = |A|$

2) $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$ (với $A \geq 0$ và $B \geq 0$)

3) $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ (với $A \geq 0$ và $B > 0$)

4) $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ (với $B \geq 0$)

5) $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$ (với $A \geq 0$ và $B \geq 0$)

$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$ (với $A < 0$ và $B \geq 0$)

6) $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB}$ (với $AB \geq 0$ và $B \neq 0$)

7) $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ (với $B > 0$)

8) $\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$ (với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$)

9) $\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$ (với $A \geq 0, B \geq 0$ và $A \neq B$)

b) Căn bậc ba

• Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$

• $+ A < B \Leftrightarrow \sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$

$+ \sqrt[3]{A \cdot B} = \sqrt[3]{A} \cdot \sqrt[3]{B}$

$+ \sqrt[3]{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{B}} \quad (B \neq 0)$

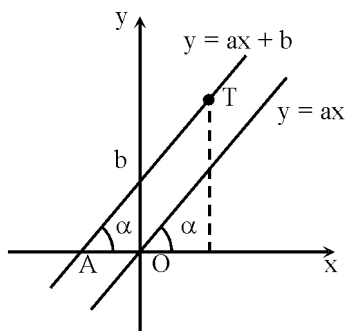
II. Hàm số bậc nhất

- 1) Nếu hai lượng y phụ thuộc vào hai lượng thay đổi x sao cho với mọi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x được gọi là biến số.
- 2) Hàm số thường được cho bằng bảng hoặc bằng công thức.
- 3) Nghiệm của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các nghiệm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
- 4) Hàm số có dạng $y = ax + b$ với $a \neq 0$ được gọi là hàm số bậc nhất với biến số x .
- 5) Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị của x và có tính chất :

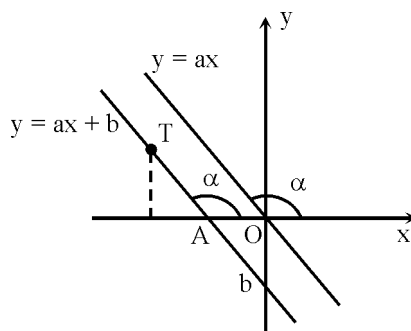
Hàm số đồng biến trên $\mathbf{R}$ khi $a > 0$, nghịch biến trên $\mathbf{R}$ khi $a < 0$.

- 6) Góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT, trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox, T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương.

$a > 0$



$a < 0$



- 7) a được gọi là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).
- 8) Với hai đường thẳng $y = ax + b$ (d) và $y = a'x + b'$ (d'), trong đó a và a' khác 0, ta có :
 $a \neq a' \Leftrightarrow (d)$ và (d') cắt nhau ;
 $a = a'$ và $b \neq b' \Leftrightarrow (d)$ và (d') song song với nhau ;
 $a = a'$ và $b = b' \Leftrightarrow (d)$ và (d') trùng nhau.

Chú ý : $a.a' = -1 \Leftrightarrow d \perp d'$.

III. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

- 1) Phương trình bậc nhất hai ẩn x và y có dạng $ax + by = c$, trong đó a , b và c là các số đã biết với $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$.
- 2) Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ luôn có vô số nghiệm. Trong mặt phẳng tọa độ, tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi đường thẳng $ax + by = c$.
- 3) Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế :
 - a) Dùng quy tắc thế biến đổi hệ phương trình đã cho về một hệ phương trình mới, trong đó có một phương trình một ẩn.
 - b) Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
- 4) Giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp cộng trừ :
 - Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình của hệ là bằng nhau hoặc đối nhau.
 - Áp dụng quy tắc cộng trừ để biến đổi một hệ phương trình mới, trong đó một phương trình có hệ số của một trong hai ẩn bằng 0 (tức là phương trình một ẩn).
 - Giải phương trình một ẩn vừa có rồi suy ra nghiệm của hệ đã cho.
- 5) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình.

Bước 1. Lập hệ phương trình :

- Chọn hai ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho chúng.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập hai phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

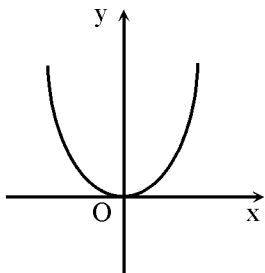
Bước 2. Giải hệ hai phương trình nói trên.

Bước 3. Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thích hợp với bài toán và kết luận.

IV. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Phương trình bậc hai một ẩn

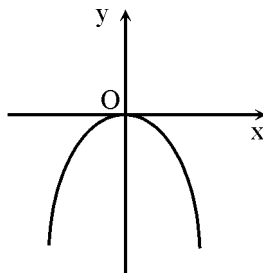
1) Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

$a > 0$



- Hàm số nghịch biến khi $x < 0$, đồng biến khi $x > 0$.
- $y = 0$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số, đạt được khi $x = 0$

$a < 0$



- Hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$
- $y = 0$ là giá trị lớn nhất của hàm số, đạt được khi $x = 0$.

2) Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- $\Delta > 0$: phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

- $\Delta = 0$: phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}.$$

- $\Delta < 0$: phương trình vô nghiệm.

$$\Delta' = b'^2 - ac \quad (b = 2b')$$

- $\Delta' > 0$: phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}; x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$$

- $\Delta' = 0$: phương trình có nghiệm kép

$$x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}.$$

- $\Delta' < 0$: phương trình vô nghiệm.

3) Hệ thức Vi-et và ứng dụng

- Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

- Muốn tìm hai số u và v , biết $u + v = S$, $uv = P$, ta giải phương trình

$$x^2 - Sx + P = 0$$

(Điều kiện để có u và v là $S^2 - 4P \geq 0$).

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$$

- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

B. HÌNH HỌC

I. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

1. Các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A.

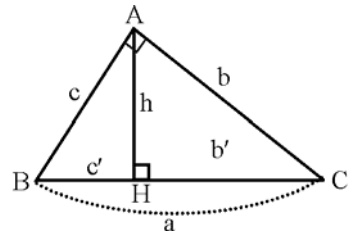
Khi đó, ta có

$$1) b^2 = ab' ; c^2 = ac'$$

$$2) h^2 = b'c'$$

$$3) ha = bc$$

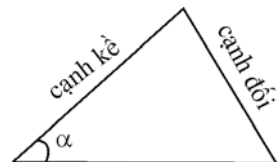
$$4) \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$



2. Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn

$$\sin \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}} ; \cos \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}} ; \cot \alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$$



3. Một số tính chất của các tỉ số lượng giác

- Cho hai góc α và β phụ nhau. Khi đó

$$\sin \alpha = \cos \beta ; \tan \alpha = \cot \beta$$

$$\cos \alpha = \sin \beta ; \cot \alpha = \tan \beta$$

- Cho góc nhọn α . Ta có

$$0 < \sin \alpha < 1 ; 0 < \cos \alpha < 1 ; \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 ;$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} ; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} ; \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1.$$

4. Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

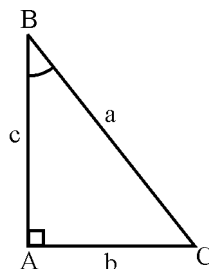
Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi đó

$$b = a \sin B; \quad c = a \sin C;$$

$$b = a \cos C; \quad c = a \cos B;$$

$$b = c \tan B; \quad c = b \tan C;$$

$$b = c \cot C; \quad c = b \cot B.$$



Chú ý : $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cot 60^\circ = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1 \quad \cot 30^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

II. Nối đồng tròn

a) Các định nghĩa

- 1) Nối đồng tròn tâm O bán kính R (với $R > 0$) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R.
- 2) Tiếp tuyến của nối đồng tròn là nối đồng thẳng chỉ có một điểm chung với nối đồng tròn đó.

b) Các định lý

- 1) – Tâm của nối đồng tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.
 - Nếu một tam giác có một cạnh là nối đồng kính của nối đồng tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.
- 2) – Nối đồng tròn là hình có tâm nội xuyến. Tâm của nối đồng tròn là tâm nội xuyến của nối đồng tròn đó.
 - Nối đồng tròn là hình có trục nội xuyến. Bất kỳ nối đồng thẳng nào của nối đồng kính nào cũng là trục nội xuyến của nối đồng tròn.
- 3) Trong các dây của một nối đồng tròn, dây lớn nhất là nối đồng kính.
- 4) Trong một nối đồng tròn :
 - Nối đồng kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó.
 - Nối đồng kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây đó.

5) Trong một nội đồng tròn :

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm, hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.
- Dây lớn hơn thì gần tâm hơn, dây gần tâm hơn thì lớn hơn.

6) – Nếu một nội đồng thẳng là tiếp tuyến của một nội đồng tròn thì nó vuông góc với bán kính nối qua tiếp điểm.

- Nếu một nội đồng thẳng nối qua một điểm của nội đồng tròn và vuông góc với bán kính nối qua điểm đó thì nội đồng thẳng ấy là một tiếp tuyến của nội đồng tròn.

7) Nếu hai tiếp tuyến của một nội đồng tròn cắt nhau tại một điểm thì :

- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- Tia kẻ từ điểm đó nối qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- Tia kẻ từ tâm nối qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính nối qua các tiếp điểm.

8) Nếu hai nội đồng tròn cắt nhau thì nội đồng nối tâm là nội đồng trung trực của dây chung.

III. Góc với nội đồng tròn

a) Các định nghĩa

1) Góc ô tâm là góc có đỉnh trùng với tâm nội đồng tròn.

2) a) Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ô tâm chắn cung đó.

b) Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa 360° và số đo của cung nhỏ (có chung hai mút với cung lớn).

c) Số đo của nửa nội đồng tròn bằng 180° .

3) Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên nội đồng tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của nội đồng tròn đó.

4) Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tiếp tuyến và cạnh kia chứa dây cung.

5) Tổng giác nội tiếp nội đồng tròn là tổng giác có bốn đỉnh nằm trên một nội đồng tròn.

6) Nội đồng tròn nối qua tất cả các đỉnh của một đa giác nội tiếp gọi là nội đồng tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác nội tiếp gọi là đa giác nội tiếp nội đồng tròn.

7) Nội tiếp tiếp xúc với tất cả các cạnh của một ngũ giác nội tiếp gọi là nội tiếp nội tiếp ngũ giác và ngũ giác nội tiếp gọi là ngũ giác ngoại tiếp nội tiếp.

b) Các định lý

- 1) Nếu C là điểm nằm trên cung $\widehat{AB}$ thì $\widehat{AB} = \widehat{AC} + \widehat{CB}$.
- 2) Với hai cung nhỏ trong một nội tiếp, hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau và ngược lại.
- 3) Với hai cung nhỏ trong một nội tiếp, cung lớn hơn căng dây lớn hơn và ngược lại.
- 4) Trong một nội tiếp, hai cung bù nhau giữa hai dây song song thì bằng nhau.
- 5) Trong một nội tiếp, nội tiếp kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.
- 6) Trong một nội tiếp, nội tiếp kính đi qua trung điểm của một dây cung (không phải là nội tiếp kính) thì chia cung căng dây ấy thành hai cung bằng nhau.
- 7) Trong một nội tiếp, nội tiếp kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.
- 8) Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bù nhau.
- 9) Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bù nhau.
- 10) Trong một nội tiếp :
 - Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
 - Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.
 - Các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
 - Góc nội tiếp nhỏ hơn hoặc bằng 90° có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
 - Góc nội tiếp chắn nửa nội tiếp là góc vuông và ngược lại, góc vuông nội tiếp thì chắn nửa nội tiếp.
 - Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

- 11) Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bù nhau.
- 12) Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bù nhau.
- 13) Quy tích (tập hợp) các điểm nhìn một đoạn thẳng cho trước dưới một góc α không phải là hai cung chứa góc α dựng trên đoạn thẳng đó ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$).
- 14) Một tứ giác có tổng số đo hai góc đối nhau bằng 180° thì nội tiếp đường tròn và ngược lại.
- 15) Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp :
 - Tứ giác có tổng hai góc đối nhau bằng 180° .
 - Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối của đỉnh đó.
 - Tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm (mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.
 - Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α .
- 16) Hình thang nội tiếp đường tròn là hình thang cân và ngược lại.
- 17) Bất kỳ nửa đường tròn nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp.
- 18) Trên đường tròn bán kính R , độ dài l của một cung n° được tính theo công thức.

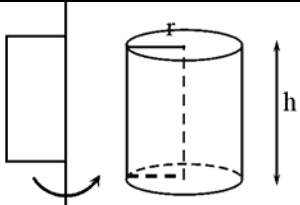
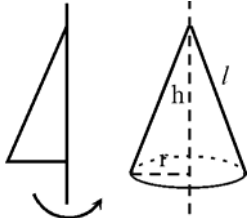
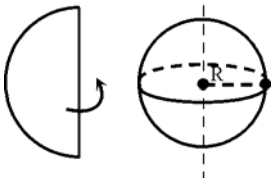
$$l = \frac{\pi R n}{180}.$$

- 19) Diện tích hình quạt tròn bán kính R , cung n° được tính theo công thức

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} \text{ hay } S = \frac{lR}{2}$$

(l là độ dài cung n° của hình quạt tròn).

IV. Hình trụ, hình nón, hình cầu

Hình	Hình vẽ	Diện tích xung quanh	Thể tích
Hình trụ		$S_{xq} = 2\pi rh$	$V = \pi r^2 h$
Hình nón		$S_{xq} = \pi rl$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
Hình cầu		$S = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Dạng 1. RÚT GON – TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CHỮA CĂN THỨC BẬC HAI

I. Phương pháp giải

- Vận dụng các hằng đẳng thức hằng nhô.
- Vận dụng các công thức biến đổi căn thức bậc hai.

II. Ví dụ

Ví dụ 1. Thu gọn các biểu thức sau :

$$a) A = \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} ;$$

$$b) B = \frac{\sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}} - \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{7} - 2}} ;$$

$$c) C = \frac{(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} ;$$

$$d) D = \sqrt{\sqrt{2\sqrt{6} + 6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}} ;$$

$$e) E = \sqrt{21 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{9 + 2\sqrt{18}} - 2\sqrt{6 + 3\sqrt{3}} ;$$

$$f) F = \sqrt{2 + 4\sqrt{\sqrt{5} - 2}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} a) A &= \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} = \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}} \\ &= \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - |\sqrt{3} + 1|} = \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1} = \sqrt{5 + 2\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{6 + 2\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}} = \sqrt{6 + 2|\sqrt{3} - 1|} \quad (\text{vì } \sqrt{3} > 1 \Rightarrow \sqrt{3} - 1 > 0) \\ &= \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1. \end{aligned}$$

$$\text{b) Ta có: } \sqrt{7} - \sqrt{3} < \sqrt{7} + \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}} < \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$\text{Nên } x = \sqrt{\sqrt{7} - \sqrt{3}} - \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \text{ với } x < 0$$

$$\begin{aligned} x^2 &= \sqrt{7} - \sqrt{3} + \sqrt{7} + \sqrt{3} - 2\sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})} = 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7 - 3} \\ &= 2\sqrt{7} - 4 = 2(\sqrt{7} - 2) \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } x = -\sqrt{2(\sqrt{7} - 2)}$$

$$\text{Vậy } B = -\frac{\sqrt{2(\sqrt{7} - 2)}}{\sqrt{\sqrt{7} - 2}} = -\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } C &= \frac{(5 + 2\sqrt{6})(49 - 20\sqrt{6})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} \\ &= \frac{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})^2 \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} \\ &= \frac{(25 - 24)(5 - 2\sqrt{6})|\sqrt{3} - \sqrt{2}|}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} = \frac{(5 - 2\sqrt{6})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} \\ &\quad (\text{vì } \sqrt{3} > \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0) \\ &= \frac{5\sqrt{3} - 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}}{9\sqrt{3} - 11\sqrt{2}} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } D &= \sqrt{\sqrt{2\sqrt{6} + 6} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{\sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2}} - \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{|\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1| - |\sqrt{3} + \sqrt{2}|} = \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{1} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } E &= \sqrt{21 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{9 + 2\sqrt{18}} - 2\sqrt{6 + 3\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2} - \sqrt{2}\sqrt{12 + 6\sqrt{3}} \\ &= |3\sqrt{2} - \sqrt{3}| + |\sqrt{6} + \sqrt{3}| - \sqrt{2}\sqrt{(3 + \sqrt{3})^2} \\ &= 3\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}(3 + \sqrt{3}) \\ &\quad (\text{vì } 3\sqrt{2} > \sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{2} - \sqrt{3} > 0) \\ &= 0. \end{aligned}$$