BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Tạp chí Toán tuổi thơ

73
03/2009

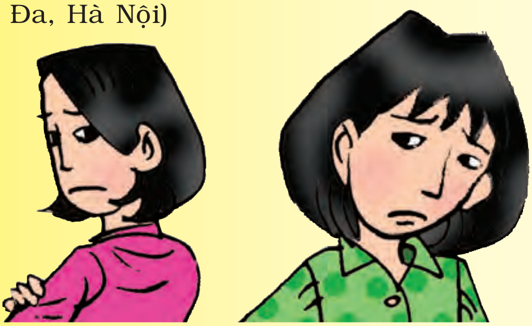
2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Kết nối 3T

Các bạn thân mến ! Chắc bạn nào cũng đồng ý : Ai mà chẳng có lúc cãi nhau với bạn bè. Với những người bạn thân cũng vậy, không thể tránh khỏi những khi chúng ta giận dỗi, bực dọc, hiểu lầm, có khi tức tối... **Mời các bạn cùng trao đổi, tranh luận xung quanh một vấn đề rất quen thuộc và rất thiết thực : Bạn vừa cãi nhau với một người bạn thân. Bạn sẽ xử sự thế nào ?**

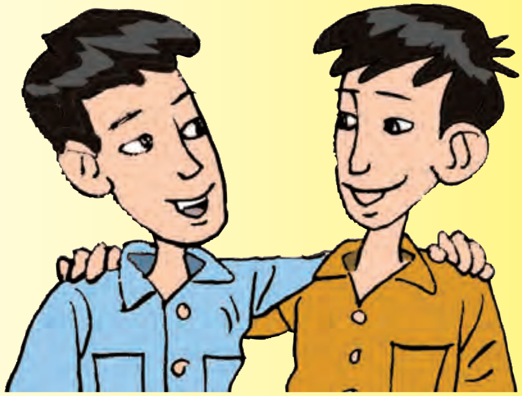
Xin mời các bạn gửi những ý kiến của mình về tòa soạn. TTT sẽ chuyển những ý kiến đó để giúp các bạn hiểu nhau hơn, thông cảm với bạn bè hơn và biết cách xử sự tốt hơn trong cuộc sống. Dưới đây là những ý kiến của một số bạn đọc mà TTT mới ghi lại được.

✦ *"Một lần, tớ cãi nhau kịch liệt với người bạn gái thân nhất. Ngay hôm sau, tớ viết thư cho bạn ấy, nói tất tần tật mọi suy nghĩ của tớ về bạn ấy và tuyên bố chấm dứt quan hệ. Coi như hai đứa không quen biết nữa".* (Linh Trang, THCS Khương Thượng, Đống Đa, Hà Nội)



✦ *"Tớ đã có lần giận nhau với người bạn chơi thân từ bé. Buồn và tức, chẳng biết làm thế nào. Tớ chỉ biết khóc".* (Thu Hiền, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, Hà Nội)

✦ *"Con trai bọn mình ít cãi nhau, nhưng cũng có lần mình giận thằng bạn thân. Bọn mình to tiếng một lúc. Tưởng sẽ không chơi với nhau được nữa, nhưng mấy hôm sau lại bình thường. Có thể là do lúc cãi nhau bọn mình tuy to tiếng nhưng may là đã không xúc phạm nhau".* (Bảo Minh, THCS Quang Trung, Hoàn Kiếm, Hà Nội)



✦ *"Hồi trước tôi cũng cãi nhau với người bạn gái thân. Sau đó, do tức quá, tôi đã kể một vài chuyện không hay về bạn ấy với một người bạn khác. Chuyện lan dần. Tôi thành người nói xấu bạn. Cho đến bây giờ tôi vẫn ân hận".* (Hoài Thu, THCS Dịch Vọng, Cầu Giấy, Hà Nội)

Còn bạn, bạn đã từng hoặc sẽ xử sự thế nào ? Hãy gửi ngay ý kiến của mình về TTT nhé !

Tiếp tục xét BÀI TOÁN ĐẢO

NGUYỄN VĂN HUYỆN
(HS. 12A$_2$, THPT Nguyễn Trung Trực, Tri Tôn, An Giang)

Trên TTT2 số 52, nhà giáo Hoàng Văn Đắc đã giới thiệu với chúng ta một cách học toán khá thú vị là xét bài toán đảo. Chúng ta cùng tìm hiểu thêm về phương pháp này.

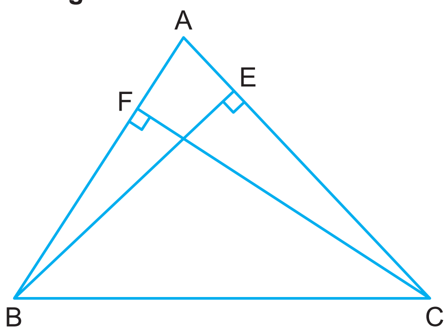
Ví dụ 1.

Bài toán gốc. Cho ΔABC cân tại A có các đường cao BE, CF. Chứng minh rằng BE = CF.

Chứng minh. *(Bạn đọc tự chứng minh)*

Bài toán đảo. Cho ΔABC có các đường cao BE, CF. Biết rằng AB + BE = AC + CF. Chứng minh rằng AB = AC.

Chứng minh.



Cách 1. Ta có $AB \cdot CF = AC \cdot BE$ $(= 2S_{ABC})$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CF} = \frac{AB+BE}{AC+CF} = 1 \Rightarrow AB = AC,$$ ta có đpcm.

Cách 2. Ta có AB + BE = AC + CF

$$\Rightarrow AB + \frac{2S}{AC} = AC + \frac{2S}{AB}$$

$$\Rightarrow AB - AC + 2S\frac{AB-AC}{AB \cdot AC} = 0$$

$$\Rightarrow (AB - AC)\left(1 + \frac{2S}{AB \cdot AC}\right) = 0 \Rightarrow AB = AC.$$

Ví dụ 2.

Bài toán gốc. Cho ΔABC vuông cân tại A có R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Chứng minh rằng $R(b+c) = a\sqrt{bc}$. (1)

Chứng minh. Vì b = c nên $b + c = 2\sqrt{bc}$. Mà a = 2R nên suy ra (1).

Bài toán đảo. Cho ΔABC có bán kính R của đường tròn ngoại tiếp thỏa mãn (1). Chứng minh rằng ABC là tam giác vuông cân.

Chứng minh. Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $b + c \geq 2\sqrt{bc}$. Mà $2R \geq BC = a$ nên nhân theo vế hai bất đẳng thức trên ta được $R(b+c) \geq a\sqrt{bc}$.

Vậy từ (1) suy ra b = c và BC = 2R. Tức là ABC là tam giác vuông cân tại A, ta có đpcm.

Ví dụ 3.

Bài toán gốc. Cho tam giác đều ABC có các đường cao AM, BN, CP và trực tâm H. Chứng minh rằng $\frac{AH}{AM} = \frac{BH}{BN} = \frac{CH}{CP}$. (2)

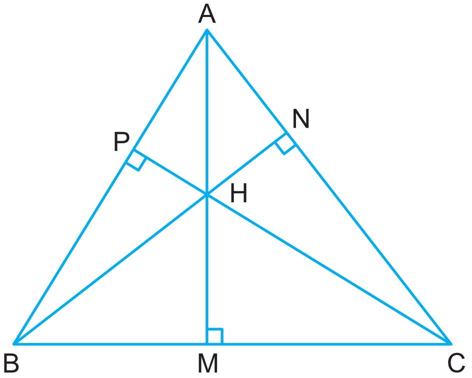
Chứng minh. *(Bạn đọc tự chứng minh)*

Bài toán đảo. Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AM, BN, CP và trực tâm H thỏa mãn $\frac{AH}{AM} = \frac{BH}{BN} = \frac{CH}{CP}$.

Chứng minh rằng ABC là tam giác đều.

Chứng minh. Kí hiệu S, G thứ tự là diện tích, trọng tâm ΔABC.

Ta có (2) $\Leftrightarrow \frac{HM}{AM} = \frac{HN}{BN} = \frac{HP}{CP}$



$$\Rightarrow \frac{S_{HBC}}{S} = \frac{S_{HCA}}{S} = \frac{S_{HAB}}{S} =$$

$$= \frac{S_{HBC} + S_{HCA} + S_{HAB}}{3S} = \frac{S}{3S} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $S_{HBC} = S_{HCA} = \frac{1}{3}S.$

Mà $S_{GBC} = S_{GCA} = \frac{1}{3}S$ nên

$$S_{HBC} = S_{GBC}\ ;\ S_{HCA} = S_{GCA}.$$

Suy ra H thuộc các đường thẳng qua G lần lượt song song với BC và CA.

Do đó H trùng G.

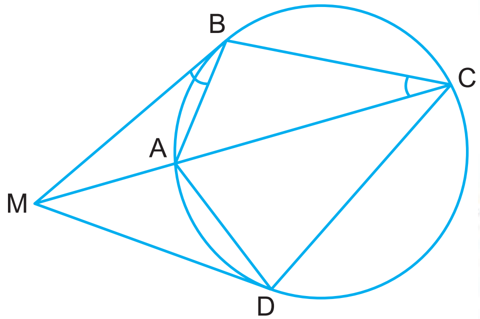
Vậy ABC là tam giác đều.

Ví dụ 4.

Bài toán gốc. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến MB, MD và một cát tuyến cắt (O) tại A và C (A nằm giữa M và C).

Chứng minh rằng AB·CD = AD·BC.

Chứng minh.



Vì $\Delta MBA \backsim \Delta MCB$ nên $\frac{AB}{BC} = \frac{MA}{MB}.$

Tương tự $\frac{AD}{DC} = \frac{MA}{MD}.$

Mà MB = MD nên $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$, suy ra đpcm.

Bài toán đảo. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) có các tiếp tuyến tại B và D cắt nhau tại M và AB·CD = AD·BC. Chứng minh rằng M nằm trên đường thẳng AC.

Chứng minh. Giả sử A nằm trên cung nhỏ BD. Gọi C' là giao điểm thứ hai của AC với (O).

Ta có AB·C'D = AD·BC' (theo kết quả bài toán gốc). Kết hợp với AB·CD = AD·BC ta suy ra $\frac{C'D}{C'B} = \frac{CD}{CB}.$

Suy ra $\Delta BC'D \backsim \Delta BCD$.

Do đó C' ≡ C, ta có đpcm.

Nhận xét. Việc xét bài toán đảo giúp ta khắc sâu hơn nội dung của bài toán gốc, đồng thời giúp ta bổ sung thêm một số dấu hiệu nhận biết cần thiết khi làm toán. Mong rằng các bạn sẽ tìm được nhiều điều bổ ích thông qua việc xét bài toán đảo.