NGUYỄN BÁ ĐANG
(Tuyển chọn)

279
BÀI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG OLYMPIC CÁC NƯỚC

MATH
OLYMPIADS

- TRUNG HỌC CƠ SỞ
- TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN BÁ ĐANG
(Tuyển chọn)

279

BÀI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG

OLYMPIC CÁC NƯỚC

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

MỤC LỤC

Mã số xuất bản: 502-2015/CXBIPH/4-364/GD Mã sách: 8I957k5

LỜI NÓI ĐẦU

Trong những kì thi Olympic Toán Quốc tế (International Mathematical Olympiad, viết tắt là IMO) học sinh Việt Nam rất mạnh hình học phẳng. Nhiều thí sinh đã đạt điểm tối đa khi giải các bài toán hình học phẳng. Trong kì thi IMO lần thứ 21 năm 1979 tại Vương quốc Anh, Lê Bá Khánh Trình đạt Huy chương Vàng, ngoài ra còn nhận thêm giải đặc biệt cho cách giải hay của bài hình học phẳng. Trong mỗi kì thi IMO có từ 1 đến 2 bài hình học phẳng, học sinh chỉ cần làm trọn vẹn hai bài đó đã có thể đạt huy chương đồng.

Với kiến thức Trung học cơ sở, nhiều học sinh của chúng ta đủ khả năng để giải được các bài hình học phẳng trong kì thi IMO, cũng như kì thi Olympic toán các nước trên thế giới.

Để có tài liệu bồi dưỡng học sinh giỏi cấp tỉnh, cấp Quốc gia và Quốc tế cho học sinh Trung học phổ thông, thi học sinh giỏi cấp tỉnh lớp 9, thi tuyển sinh vào lớp 10 các trường chuyên khối khoa học tự nhiên, chúng tôi đã biên soạn cuốn sách *279 bài toán hình học phẳng Olympic các nước,* nhằm giúp các thầy cô giáo có thêm tư liệu giảng dạy, các bạn học sinh có tài liệu tham khảo. Đồng thời giúp các bạn học sinh làm quen với những bài hình học phẳng trong các kì thi Olympic toán của nhiều nước và các bài hình học phẳng đã đăng trên các tạp chí trên thế giới. Cuốn sách cũng là tài liệu quý cho sinh viên khoa toán các trường Đại học Sư phạm, Cao đẳng Sư phạm, các bậc phụ huynh và tất cả những ai yêu toán.

Cuốn sách được tuyển chọn từ các bài Toán hình học phẳng trong kì thi IMO, Toán khu vực châu Á - Thái Bình Dương (Asian Pacific Mathematcal Olympiad, viết tắt là APMO), đặc biệt là tài liệu đề xuất của các nước trong kì thi IMO (IMO Shortlist) và trong các kì thi Olympic Toán các nước như Canada, Hoa Kì, Nga, Trung Quốc, Bulgari, Ba Lan, Slovenia, Hungary, Rumani, Singapore…. Ngoài ra chúng tôi còn giới thiệu các bài Toán trên các Tạp chí nổi tiếng như МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ, КВАНТ, CRUX, Mathematical Excalibur và tài liệu trên internet... Chúng tôi cũng bổ sung thêm một số bài toán là các định lí cổ điển nổi tiếng. Tất cả những bài toán này chúng tôi đã biên soạn, chỉnh sửa để hầu hết các bài toán trong lời giải chỉ dùng kiến thức cấp Trung học cơ sở. Ở phần đầu cuốn sách chúng tôi có bổ sung thêm các định lí thường dùng như Menelaus, Ceva, Stewart, Ptoleme… và có một số tính chất, kết quả thường sử dụng trong các kì thi học sinh giỏi các cấp, thi vào THPT, thi vào trường chuyên, lớp chọn... Hầu hết các tính chất, kết quả nói trên thường xuyên được sử dụng để giải các bài toán trong cuốn sách này.

Cuốn sách được chia làm bốn chương:

- Chương I. Kiến thức bổ sung: Gồm có các định lí, tính chất, kết quả (Đây là các kiến thức bổ sung tối thiểu không có điều kiện trình bày trong sách giáo khoa).
- Chương II. Tam giác: Gồm 93 bài toán liên quan đến tam giác.
- Chương III. Tứ giác: Gồm 53 bài toán liên quan đến tứ giác.
- Chương IV. Đường tròn: Gồm 133 bài toán liên quan đến đường tròn.

Trong quá trình biên soạn không tránh khỏi những thiếu sót, có thể có nhiều lời giải khác hợp lí hơn. Chúng tôi mong có sự góp ý xây dựng của bạn đọc để cuốn sách được hoàn chỉnh hơn cho lần tái bản.

Mọi ý kiến góp ý xin gửi về: Tạp chí Toán Tuổi thơ.

Tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội.

Email: toantuoitho@vnn.vn

Email: dangnba@gmail.com

NGUYỄN BÁ ĐANG

CÁC KÍ HIỆU SỬ DỤNG TRONG SÁCH

KÍ HIỆU	Ý NGHĨA
$AB \parallel CD$	AB song song với CD
$AB \perp CD$	AB vuông góc với CD
ΔABC	Tam giác ABC
a, b, c	Cạnh của tam giác ABC thứ tự đối diện với các đỉnh A, B, C
l_a, l_b, l_c	Đường phân giác của tam giác ABC thứ tự xuất phát từ các đỉnh A, B, C
m_a, m_b, m_c	Đường trung tuyến của tam giác ABC thứ tự xuất phát từ các đỉnh A, B, C
h_a, h_b, h_c	Đường cao của tam giác ABC thứ tự xuất phát từ các đỉnh A, B, C
p	Nửa chu vi tam giác ABC
R	Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
r	Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC
R_a, R_b, R_c	Bán kính đường tròn bàng tiếp tam giác ABC lần lượt nằm trong các góc $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$
S_{ABC}	Diện tích tam giác ABC
$\Rightarrow$	Từ đó suy ra
$\Leftrightarrow$	Khi và chỉ khi
$A \in d$	A thuộc đường thẳng d
$A \equiv B$	A trùng với B
Đường tròn (ABC)	Đường tròn đi qua các điểm A, B, C
Đường tròn (ABCD)	Đường tròn đi qua các điểm A, B, C, D
Đường tròn (O)	Đường tròn tâm O
Đường tròn (O; OA)	Đường tròn tâm O, bán kính OA
Đường tròn (O; R)	Đường tròn tâm O, bán kính R
đvdt	Đơn vị diện tích
min{a, b}	Số nhỏ nhất trong hai số a, b
max{a, b}	Số lớn nhất trong hai số a, b
đpcm	Điều phải chứng minh

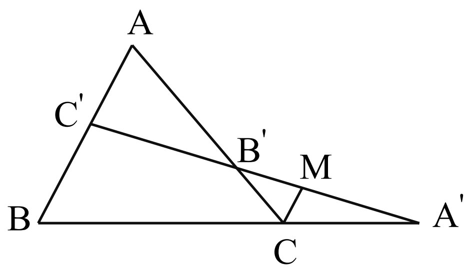
CHƯƠNG I

KIẾN THỨC BỔ SUNG

1. Định lí Menelaus

Định lí. *Cho tam giác ABC và ba điểm* A', B' *và* C' *lần lượt trên các đường thẳng BC, CA và AB sao cho hoặc cả ba điểm* A', B' *và* C' *đều nằm trên phần kéo dài của ba cạnh, hoặc một trong ba điểm nằm trên phần kéo dài một cạnh và hai điểm còn lại nằm trên hai cạnh của tam giác. Điều kiện cần và đủ để* A', B' *và* C' *thẳng hàng là* $\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$.

Chứng minh



* *Điều kiện cần*. Từ C kẻ đường thẳng song song với AB cắt $A'C'$ tại M. Theo định lý Thales ta có

$$\frac{A'B}{A'C} = \frac{A'C'}{A'M}. \ (1) \text{ và}$$

$$\frac{B'C}{B'A} = \frac{B'M}{B'C'}. \ (2)$$

Mặt khác ta có $\frac{CM}{C'B} = \frac{A'M}{A'C'}$ và $\frac{C'A}{CM} = \frac{B'C'}{B'M}$.

Suy ra $\frac{C'A}{C'B} = \frac{A'M.B'C'}{A'C'.B'M}$. (3)

Nhân ba đẳng thức (1), (2), (3) ta được $\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1$.

* *Điều kiện đủ*. Giả sử B', C' nằm trên hai cạnh tam giác và A' thuộc phần kéo dài cạnh còn lại, gọi B'' là giao điểm của AC và $A'C'$, theo điều kiện cần ta có: $\frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B''C}{B''A} \cdot \frac{C'A}{C'B} = 1 \Rightarrow \frac{B''C}{B''A} = \frac{B'C}{B'A} \Rightarrow B'' \equiv B'$.

2. Định lí Ceva

Định lí. *Cho ba điểm D, E, F nằm trên ba cạnh tương ứng BC, CA, AB của tam giác ABC. Khi đó ba đường thẳng AD, BE, CF đồng quy tại P khi và chỉ khi* $\frac{AF}{FB}\cdot\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}=1$.

Chứng minh. Giả sử AD, BE, CF cắt nhau tại P.

Từ A và C kẻ đường thẳng song song với BE lần lượt cắt CF tại M và AD tại N

$\Rightarrow \frac{CE}{EA}=\frac{CP}{PM}$ và $\frac{CN}{AM}=\frac{CP}{PM}$.

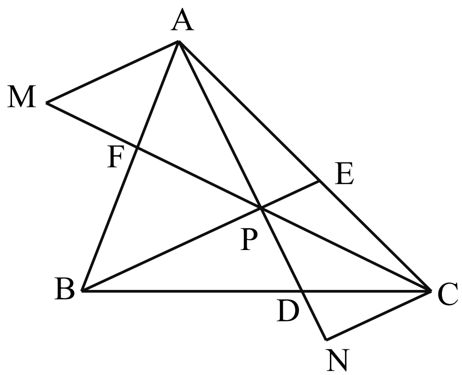
Suy ra $\frac{CE}{EA}=\frac{CN}{AM}$.

Ta có $\frac{BD}{DC}=\frac{BP}{CN}$ và $\frac{AF}{FB}=\frac{AM}{BP}$.

Do đó

$$\frac{AF}{FB}\cdot\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}=\frac{AM}{BP}\cdot\frac{BP}{CN}\cdot\frac{CN}{AM}=1.$$

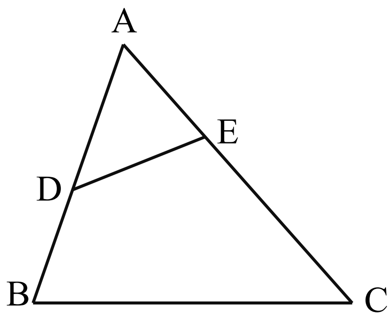
Chiều ngược lại bạn đọc tự chứng minh.



3. Tỉ số diện tích hai tam giác có một góc bằng nhau

Cho tam giác ABC có điểm D và E lần lượt thuộc các tia AB và AC (D và E khác A) thì $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{AD}{AB}\cdot\frac{AE}{AC}$.

Bạn đọc tự chứng minh.



4. Định lí Stewart

Định lí. *Cho điểm D nằm trên cạnh BC của tam giác ABC khi đó ta có:*

$$AB^2.CD+AC^2.BD=BC(AD^2+BD.DC)$$

Hay $AB^2.CD + AC^2.BD - CB.BD.DC = BC.AD^2$.

Chứng minh

Bổ đề. *Trong tam giác ABC*

a) Nếu $\widehat{A} < 90^o$ *thì* $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = b^2 + c^2 - 2bc'$ *(với c' là hình chiếu của c trên cạnh b);*

b) Nếu $\widehat{A} > 90^o$ *thì* $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos(180^o - \widehat{A}) = b^2 + c^2 + 2bc'$ *(với c' là hình chiếu của c trên cạnh b).*

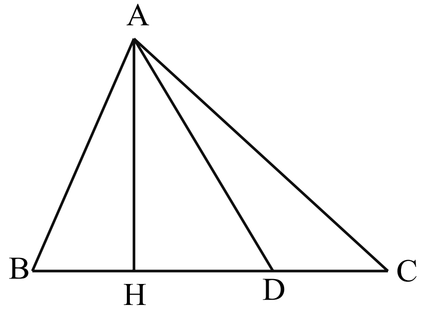
Bạn đọc tự vẽ hình và chứng minh bổ đề.

Đặc biệt trong tam giác ABC ta có

a) $\widehat{A} = 60^o$ *khi và chỉ khi* $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ *;*

b) $\widehat{A} = 120^o$ *khi và chỉ khi* $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ *.*

Trở lại chứng minh định lí.



Kẻ $AH \perp BC$. Không mất tổng quát xét trường hợp điểm D nằm trên đoạn thẳng HC.

Trong ΔABD có

$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DH$. (1)

Trong ΔACD có

$AC^2 = AD^2 + DC^2 + 2DH.DC$. (2)

Nhân đẳng thức (1) với DC, đẳng thức (2) với BD rồi cộng theo vế các đẳng thức nhận được ta có đpcm.

5. Công thức tính đội dài đường trung tuyến trong tam giác

Trong tam giác ABC, ta có

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}\ ;\ m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4};\ m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}.$$

6. Công thức tính độ dài đường phân giác trong tam giác

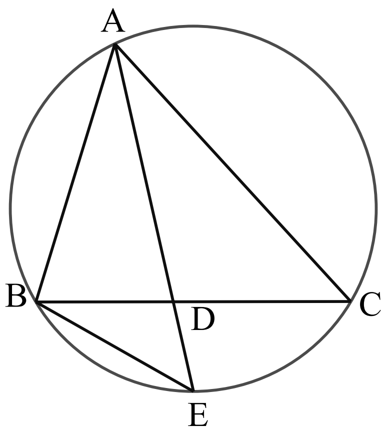
Trong tam giác ABC, ta có

$$l_a^2 = \frac{bc}{(b+c)^2}\cdot\left[(b+c)^2 - a^2\right];$$

$$l_b^2 = \frac{ac}{(a+c)^2}\cdot\left[(a+c)^2 - b^2\right];$$

$$l_c^2 = \frac{ab}{(a+b)^2} \cdot \left[(a+b)^2 - c^2 \right].$$

Chứng minh. Giả sử đường phân giác AD cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại E.



Ta có ΔADC và ΔBDE đồng dạng (g.g) nên $\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{DE}$.

Do đó $AD.DE = DB.DC$. (1)

Ta có ΔADC và ΔABE đồng dạng (g.g) nên $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AE}$.

Do đó $AD.AE = AB.AC$. (2)

Trừ theo vế (2) cho (1) ta được $AD^2 = AD(AE - DE) = AB.AC - DB.DC$. (3)

Mặt khác $DB = \frac{ac}{b+c}$; $DC = \frac{ab}{b+c}$, thay vào (3) ta được

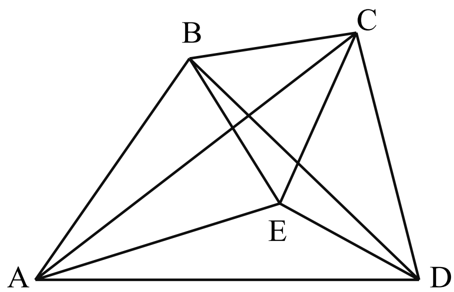
$$AD^2 = bc - \frac{a^2bc}{(b+c)^2} = \frac{bc}{(b+c)^2}\left[(b+c)^2 - a^2 \right] = l_a^2.$$

7. Bất đẳng thức Ptoleme

Trong tứ giác ABCD, ta có $AB.CD + BC.AD \ge AC.BD$.

Chứng minh

Lấy điểm E trong tứ giác ABCD sao cho $\widehat{EAD} = \widehat{BAC}$, $\widehat{EDA} = \widehat{ACB}$.



Ta có ΔABC đồng dạng với ΔAED (g.g) nên $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED}$

Suy ra $AD.BC = AC.ED$. (1)

Mà $\widehat{EAD} = \widehat{BAC}$ nên $\widehat{DAC} = \widehat{BAE}$.

Suy ra ΔABE và ΔACD đồng dạng.

Do đó $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BE}{CD}$ nên $AB.CD = AC.BE$. (2)

Cộng (1) và (2) theo vế ta được

$AD.BC + AB.CD = AC.ED + AC.BE = AC(ED + BE) \geq AC.BD.$

(Vì $ED + BE \geq BD$).

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow$ E nằm trên đường chéo BD.

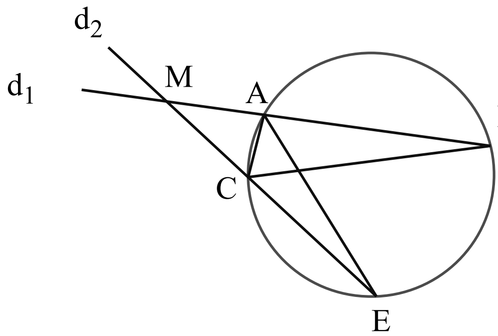
Vậy $AB.CD + BC.AD \geq AC.BD$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow$ tứ giác ABCD nội tiếp.

8. Điều kiện để tứ giác nội tiếp

Cho hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại M. Trên d_1 lấy hai điểm A, B và trên d_2 lấy hai điểm C, D sao cho $MA.MB = MC.MD$ và điểm M nằm ngoài các đoạn thẳng AB và CD (hoặc M nằm trong các đoạn thẳng AB, CD) khi đó 4 điểm A, B, C, D cùng nằm trên một đường tròn.

Chứng minh



* Trường hợp M nằm ngoài các đoạn AB, CD, khi đó đường tròn ngoại tiếp ΔABC cắt d_2 tại E.

Ta có ΔMAE và ΔMCB đồng dạng nên $\dfrac{MA}{ME} = \dfrac{MC}{MB}$.

Suy ra $MA.MB = MC.ME$.

Do đó $MC.ME = MC.MD$ nên $ME = MD$.

Suy ra E trùng với D.

Vậy bốn điểm A, B, C, D nằm trên một đường tròn.

* Trường hợp điểm M nằm trong đoạn thẳng AB, CD chứng minh tương tự.

* ***Chú ý 1.*** *Cho tứ giác ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại N, hai đường thẳng AD và BC cắt nhau tại M thì các mệnh đề sau là tương đương:*

a) Tứ giác ABCD nội tiếp;

b) $\widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^o$ *;*

c) $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$ *;*

d) Tồn tại điểm O sao cho $OA = AB = OC = OD$ *;*

e) $MA.MD = MB.MC$ *;*

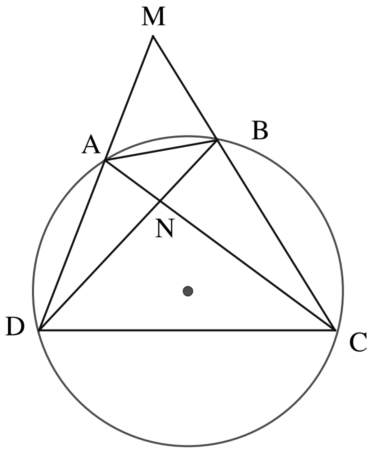
g) $NA.NC = NB.ND$ *;*

h) $\widehat{MAB} = \widehat{MCD}$ *;*

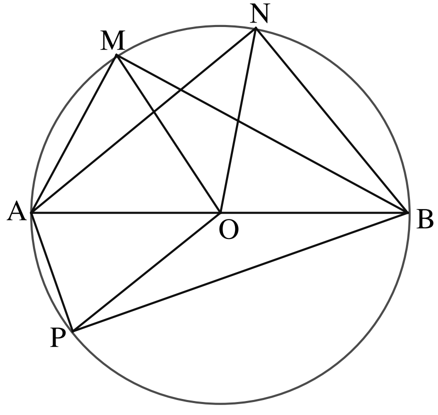
i) Tam giác MAC đồng dạng với tam giác MBD;

j) Tam giác NAD đồng dạng với tam giác NBC;

k) Tam giác MAB đồng dạng với tam giác MCD.



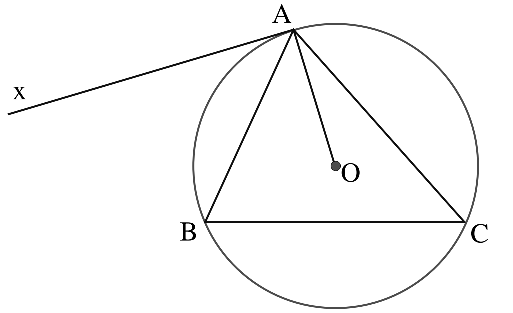
* ***Chú ý 2.*** *Nếu* $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = \widehat{APB} = 90^o$ *thì các điểm A, B, M, N, P cùng thuộc đường tròn đường kính AB.*



Sau đây chúng tôi phát biểu một số mệnh đề quen thuộc, đã được khẳng định là đúng coi như các định lí để bạn đọc tiện sử dụng khi giải các bài toán hình học.

9. Chứng minh đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn

Tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi $\widehat{xAB} = \widehat{ACB}$ *.*



10. Công thức tính diện tích tam giác

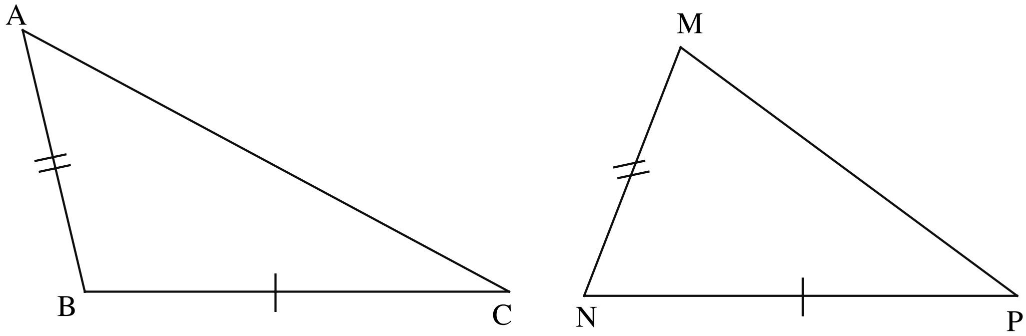
Cho tam giác ABC có diện tích S thì:

$$S = \frac{1}{2}ah_a;\ S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};\ S = \frac{abc}{4R};\ S = pr;$$

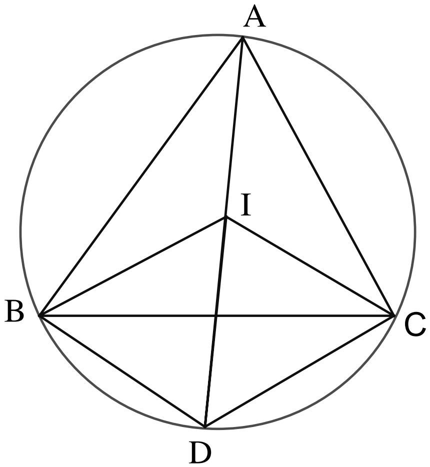
$$S = (p-a)R_a;\ S = \frac{1}{2}bc\sin A\ (\text{với } \widehat{A} < 90^o).$$

11. So sánh cạnh và góc của hai tam giác

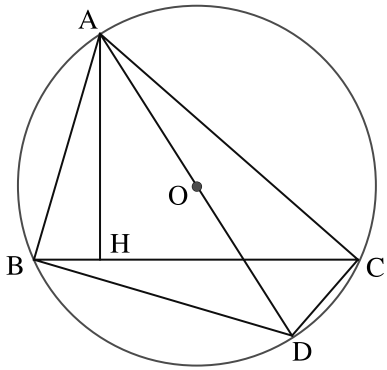
Cho hai tam giác ABC và MNP có $AB = MN$; $BC = NP$ *thì* $\widehat{B} > \widehat{N}$ *khi và chỉ khi* $AC > MP$.



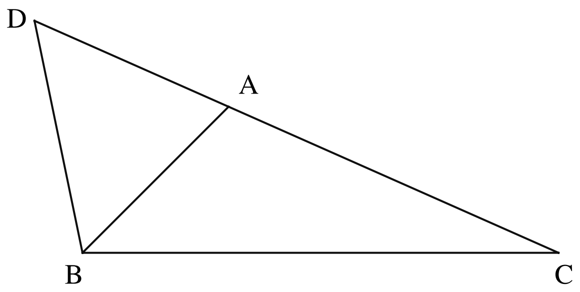
12. *Cho tam giác ABC, tia phân giác của* $\widehat{BAC}$ *cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại D, gọi I là điểm trên đoạn thẳng AD thì điểm I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi DB = DC = DI.*



13. *Cho tam giác nhọn ABC, ta có* $2R = \dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$.

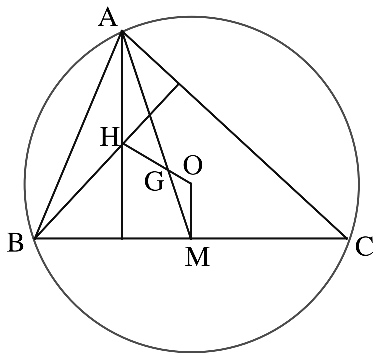


14. *Cho tam giác ABC có* $\widehat{A} = 2\widehat{B}$ *thì* $a^2 = b^2 + bc$.

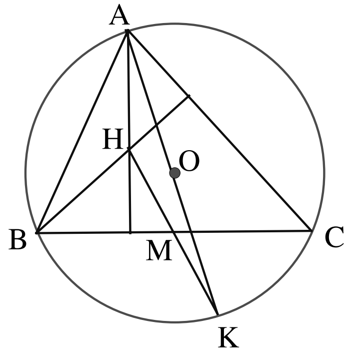


Hướng dẫn: Vẽ thêm điểm D trên tia đối của tia AC sao cho AB = AD.

***15.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), gọi H là trực tâm và G là trọng tâm tam giác, gọi M là hình chiếu vuông góc của O trên cạnh BC thì ta có AH = 2OM, các điểm H, G, O thẳng hàng và GH = 2GO.*



***16.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là trực tâm của tam giác, M là trung điểm của BC. Gọi K là điểm đối xứng của H qua M thì AK là đường kính của đường tròn (O).*

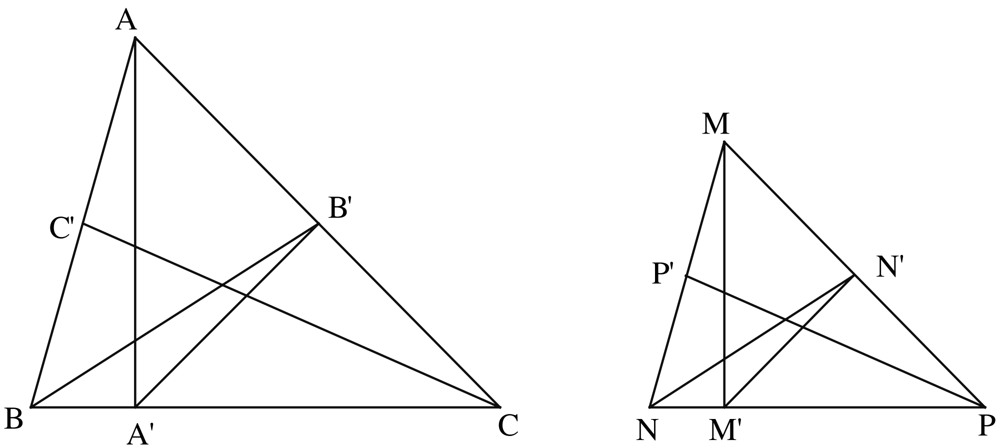


17. *Cho tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số k. Gọi AA', BB', CC' lần lượt là đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác của tam giác ABC và MM', NN', PP' lần lượt là đường cao, đường trung tuyến, đường phân giác của tam giác MNP. Gọi R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC và R', r' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác MNP thì ta có:*

$$k = \frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{NP}{BC} = \frac{MM'}{AA'} = \frac{NN'}{BB'} = \frac{PP'}{CC'} = \frac{MP'}{AC'}$$

$$= \frac{PM'}{CA'} = \frac{M'N'}{A'B'} = \frac{R'}{R} = \frac{r'}{r} = ...;$$

$$k^2 = \frac{S_{MNP}}{S_{ABC}}.$$



18. *Cho tam giác đều ABC, ta có:*

$$h_a = l_a = m_a = \frac{a\sqrt{3}}{2}\ ;\ R = \frac{a\sqrt{3}}{3}\ ;\ r = \frac{a\sqrt{3}}{6}\ ;\ S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

19. *Cho tam giác ABC vuông cân tại A, ta có* $h_a = l_a = m_a = \frac{a}{2}$;

$$b = c = \frac{a}{\sqrt{2}}\ ;\ a = b\sqrt{2} = c\sqrt{2}\ ;\ S_{ABC} = \frac{a^2}{4} = \frac{b^2}{2} = \frac{c^2}{2}.$$

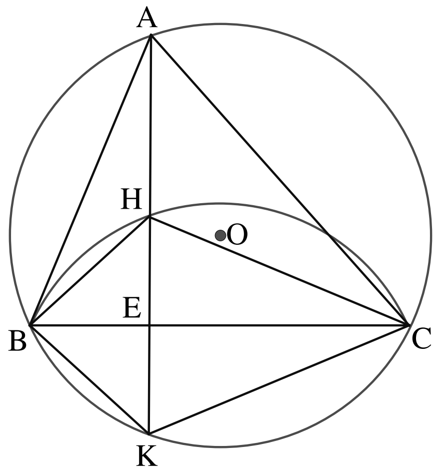
20. Cho *tam giác ABC, ta có:*

a) $\widehat{BAC} > 90^o$ *khi và chỉ khi* $BC^2 > AB^2 + AC^2$.

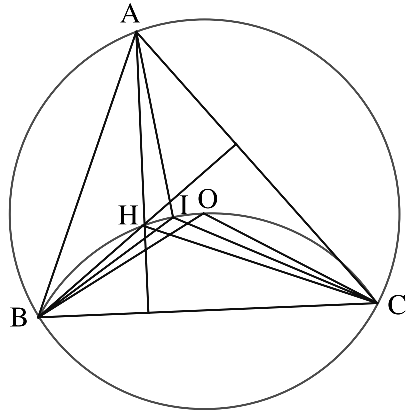
b) $\widehat{BAC} = 90^o$ *khi và chỉ khi* $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

c) $\widehat{BAC} < 90^o$ *khi và chỉ khi* $BC^2 < AB^2 + AC^2$.

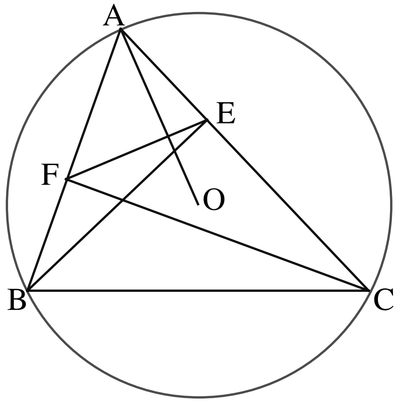
21. *Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H nội tiếp đường tròn (O), kéo dài AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K thì H và K đối xứng với nhau qua BC. Từ đó đường tròn đi qua ba điểm B, H, C đối xứng với đường tròn (O) qua BC.*



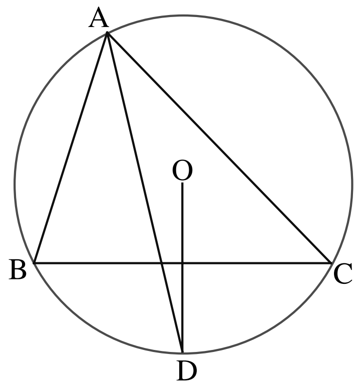
22. *Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O),* $\widehat{A} = 60^o$. *Gọi H là trực tâm tam giác, I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác thì các điểm B, H, I, O, C cùng nằm trên một đường tròn.*



23. *Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Kẻ các đường cao BE, CF của tam giác ABC thì OA vuông góc với EF.*



24. *Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là điểm trên cung BC không chứa điểm A thì AD là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ khi và chỉ khi OD là đường trung trực của BC.*



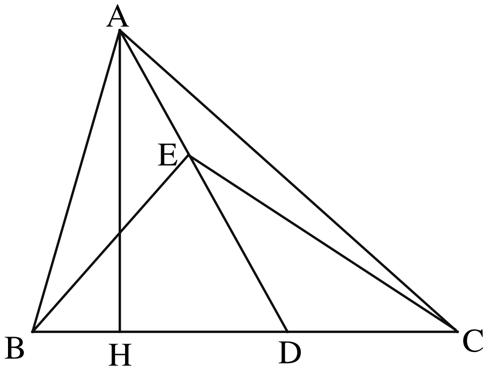
25. *Trong tam giác ABC có đường trung tuyến AM, ta có:*

a) $\widehat{BAC} > 90^o$ *khi và chỉ khi* $AM < \frac{BC}{2}$.

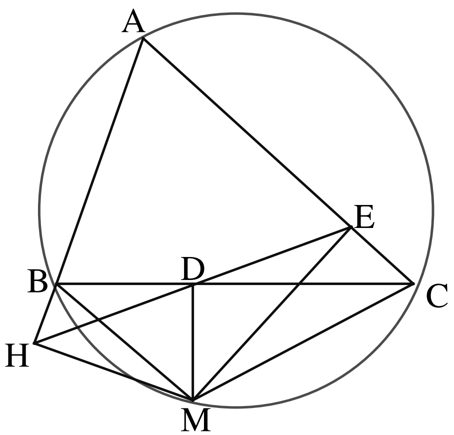
b) $\widehat{BAC} = 90^o$ *khi và chỉ khi* $AM = \frac{BC}{2}$.

c) $\widehat{BAC} < 90^o$ *khi và chỉ khi* $AM > \frac{BC}{2}$.

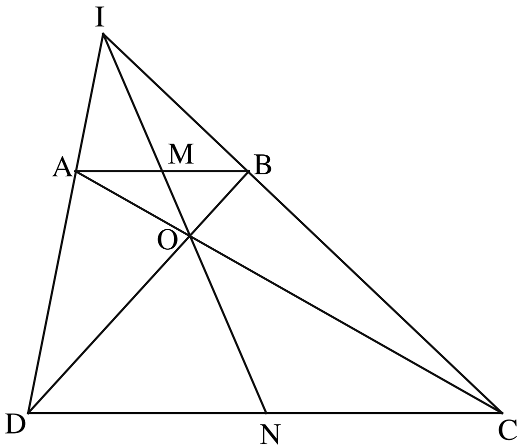
26. *Cho tam giác ABC. Gọi D là điểm trên cạnh BC, E là điểm trên đường thẳng AD, ta có* $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{CD} = \frac{S_{ABE}}{S_{ACE}}$.



27. *Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), gọi M là điểm thuộc cung* $\overset{\frown}{BC}$ *không chứa điểm A. Gọi D, E, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên BC, CA, AB thì H, D và E thẳng hàng. (Đường thẳng Simson)*



28. *Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi O là giao điểm của AC và BD, giả sử AD cắt BC tại I thì đường thẳng IO đi qua trung điểm của các cạnh AB và CD.*



29. *Cho tam giác IDC có đường trung tuyến IN, gọi O là điểm trên đoạn IN (O khác I và N), DO cắt IC tại B, CO cắt ID tại A thì AB // DC.*

30. *Một hình thang nội tiếp đường tròn thì hình thang đó là hình thang cân.*