NGUYỄN NGỌC ĐẠM – VŨ DƯƠNG THỤY

ÔN TẬP
HÌNH HỌC 8

(Tái bản lần thứ sáu)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

114-2010/CXB/121-129/GD

Mã số : 8TK14t0 - LKT

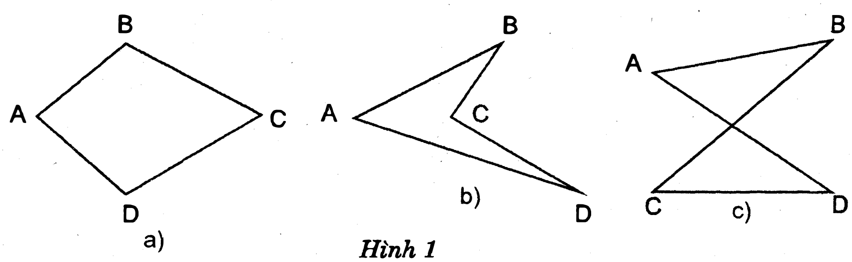
Chương I

TỨ GIÁC

§ 1. TỨ GIÁC

I. Các kiến thức cần nhớ

1. Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng (hình 1).



Hình 1

• Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng mà bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

2. Tổng bốn góc của tứ giác bằng 360^0.

Ví dụ 1. Tứ giác ABCD có $\widehat{A}=105^0$, $\widehat{B}=130^0$, $\widehat{C}-\widehat{D}=25^0$.

Tính góc $\widehat{C}$ và $\widehat{D}$.

Giải.

Vì tổng bốn góc của tứ giác bằng 360^0, nên:

$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}+\widehat{D}=360^0$, do đó

$\widehat{C}+\widehat{D}=360^0-\widehat{A}-\widehat{B}=360^0-105^0-130^0$, hay $\widehat{C}+\widehat{D}=135^0$ (1)

Mặt khác, theo đề bài $\widehat{C}-\widehat{D}=25^0$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $2\widehat{C} = 150^0$, do đó $\widehat{C} = 75^0$ và $D = 135^0 - \widehat{C} = 135^0 - 75^0 = 60^0$.

Trả lời: $\widehat{C}=75^0$; $\widehat{D} = 60^0$.

II. Bài tập

1. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{B}=80^0$, $\widehat{D}=120^0$, góc ngoài tại đỉnh C bằng 130^0. Tính góc A của tứ giác.

2. Tính tổng các góc ngoài của tứ giác (tại mỗi đỉnh của tứ giác chỉ chọn một góc ngoài).

3. Tứ giác ABCD có $\widehat{A}=57^0$, $\widehat{C}=110^0$, $\widehat{D}=75^0$. Tính số đo góc ngoài tại đỉnh B.

4. Chứng minh rằng các góc của một tứ giác không thể đều là góc nhọn, đều là góc tù.

5. Chứng minh rằng trong một tứ giác, tổng hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi của tứ giác ấy.

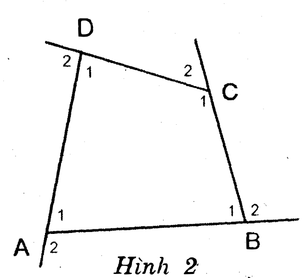
6. Tứ giác ABCD có $\widehat{A}+\widehat{C}=180^0$, DB là phân giác của góc D. Chứng minh rằng BA = BC.

III. Hướng dẫn

1. Gọi góc ngoài tại đỉnh C của tứ giác là C_1, ta có $\widehat{C}+\widehat{C_1}=180^0$, suy ra $\widehat{C}=180^0-\widehat{C_1}=180^0-130^0=50^0$.

Trong tứ giác ABCD, ta có:

$$\widehat{A}=360^0-\widehat{B}-\widehat{C}-\widehat{D}=360^0-80^0-50^0-120^0=110^0.$$



Hình 2

2. (Hình 2).

Ta có:

$$\widehat{A_2}+\widehat{B_2}+\widehat{C_2}+\widehat{D_2}=\left(180^0-\widehat{A_1}\right)+\left(180^0-\widehat{B_1}\right)+\left(180^0-\widehat{C_1}\right)+\left(180^0-\widehat{D_1}\right)$$

$$=720^0-\left(\widehat{A_1}+\widehat{B_1}+\widehat{C_1}+\widehat{D_1}\right)$$

mà $\widehat{A_1}+\widehat{B_1}+\widehat{C_1}+\widehat{D_1}=360^0$, do đó $\widehat{A_2}+\widehat{B_2}+\widehat{C_2}+\widehat{D_2}=720^0-360^0=360^0$.

Vậy tổng các góc ngoài của tứ giác bằng 360^0.

3. Trong tứ giác ABCD, ta có:

$$\widehat{B}=360^0-\widehat{A}-\widehat{C}-\widehat{D}$$

$$=360^0-57^0-110^0-75^0=118^0.$$

Số đo góc ngoài ở đỉnh B của tứ giác bằng: $180^0-118^0=62^0$.

4. Giả sử bốn góc của tứ giác đều là góc nhọn thế thì tổng các góc của tứ giác nhỏ hơn 360^0, trái với tính chất về tổng các góc của tứ giác bằng 360^0.

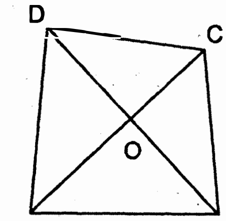
Vậy bốn góc của tứ giác không thể đều là góc nhọn.

Giả sử bốn góc của tứ giác đều là góc tù thế thì tổng các góc của tứ giác lớn hơn 360^0, điều này cũng trái với tính chất về tổng các góc của tứ giác bằng 360^0.

Vậy bốn góc của tứ giác không thể đều là góc tù.

Từ các chứng minh trên ta có thể rút ra nhận xét sau: Trong một tứ giác có nhiều nhất là ba góc nhọn, có nhiều nhất là ba góc tù.

5. (Hình 3)



Hình 3

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD. Áp dụng bất đẳng thức tam giác:

Với ΔAOB, ta có: $AB < OA + AB$ (1)

Với ΔBOC, ta có: $BC < OB + OC$ (2)

Với ΔCOD, ta có: $CD < OC + OD$ (3)

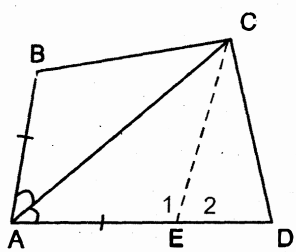
Với ΔDOA, ta có: $DA < OD + OA$ (4)

Cộng (1), (2), (3) và (4) theo từng vế, ta có

$AB + BC + CD + DA < 2(OA + OC + OB + OC)$ hay $AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD)$

Vậy $AC + BD > \dfrac{AB+BC+CD+DA}{2}$.

6. (Hình 4).



Hình 4

– Nếu AB = AD thì $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c . g . c) nên CB = CD.

– Nếu $AB \neq AD$, chẳng hạn AB < AD, trên AD lấy điểm E sao cho AE = AB, khi đó $\Delta ABC = \Delta AEC$ (c . g . c), suy ra CB = CE (1) và $\widehat{B} = \widehat{E_1}$.

Ta có $\widehat{B} = \widehat{E_1}$ mà $\widehat{E_1} + \widehat{E_2} = 180^0$ nên $\widehat{B} + \widehat{E_2} = 180^0$, nhưng $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^0$ (giả thiết), do đó $\widehat{E_2} = \widehat{D}$. Tam giác CED cân ở C, ta có CD = CE (2).

Từ (1) và (2) ta được CB = CD.

Nếu AD < AB thì trên AB lấy điểm F sao cho AF =AD rồi chứng minh tương tự ta cũng có CB = CD.

§ 2. HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN

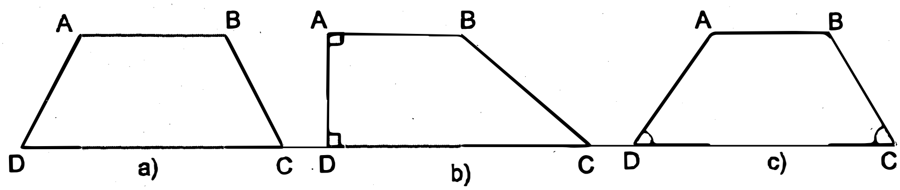
I. Các kiến thức cần nhớ

__1.__ Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song (Hình 5a).

__2.__ Hình thang vuông là hình thang có một cạnh bên vuông góc với hai đáy (Hình 5b).

- *Hình thang có một góc vuông là hình thang vuông.*

__3.__ Hình thang cân là hình thang có hai cạnh kề một đáy bằng nhau (Hình 5c).



Hình 5

- *Trong hình thang cân:*

– Hai cạnh bên bằng nhau

– Hai đường chéo bằng nhau

- *Dấu hiệu nhận biết:*

– Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.

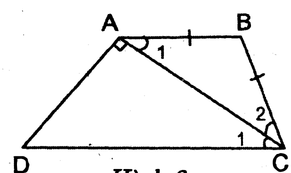
– Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Ví dụ 2. Cho hình thang cân ABCD. Đáy nhỏ AB bằng cạnh bên BC và đường chéo AC vuông góc với cạnh bên AD.

a) Tính các góc của hình thang cân;

b) Chứng minh rằng trong hình thang cân đó đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ.

Giải:



Hình 6

a) ABCD là hình thang (giả thiết) nên AB // CD, do đó $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$ (hai góc so le trong)

Do AB = BC (giả thiết) nên ΔABC cân ở C, do đó $\widehat{A_1} = \widehat{C_2}$.

Từ hai chứng minh trên suy ra $\widehat{C_1} = \widehat{C_2} = \frac{1}{2}\widehat{C}$.

Mặt khác ABCD là hình thang cân (giả thiết), nên $\widehat{D}=\widehat{C}$, suy ra $\widehat{C_1}=\frac{1}{2}\widehat{D}$.

Trong tam giác vuông ACD, ta có:

$\widehat{D}+\widehat{C_1}=90^0$ hay $\widehat{D}+\frac{1}{2}\widehat{D}=90^0$, suy ra $\widehat{D}=60^0$.

Do AB // CD, ta có $\widehat{D}+\widehat{A}=180^0$, suy ra $\widehat{A}=180^0-60^0=120^0$.

Trong hình thang cân, hai góc kề với một đáy bằng nhau, vì thế ta có:

$\widehat{A}=\widehat{B}=120^0$, $\widehat{C}=\widehat{D}=60^0$.

b) Trong tam giác vuông ACD, ta có $\widehat{D}=60^0$, suy ra $C_1=30^0$, do đó $AD=\frac{1}{2}CD$ mà AD = BC và BC = AB, vì thế ta lại có $AB=\frac{1}{2}CD$ hay CD = 2AB.

II. Bài tập

7. Hình thang ABCD (AB // CD) ta có $\widehat{B}-\widehat{C}=24^0$, $\widehat{A}=1{,}5\widehat{D}$. Tính các góc của hình thang.

8. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Các tia phân giác của góc A và góc B cắt nhau tại điểm E trên cạnh đáy CD. Chứng minh rằng CD = AD + BC.

9. Cho tam giác ABC vuông cân ở A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa đỉnh A, vẽ $BD \perp BC$ và BD = BC.

a) Tứ giác ABCD là hình gì? Vì sao?

b) Biết AB = 5cm. Tính CD.

10. Cho hình thang vuông ABCD có $\widehat{A}=\widehat{D}=90^0$, đường chéo BD vuông góc với cạnh bên BC và BD = BC.

a) Tính các góc của hình thang;

b) Biết AB = 3cm. Tính độ dài các cạnh BC, CD.

11. Hình thang cân ABCD có AB // CD, AB < CD. Kẻ hai đường cao AH, BK

a) Chứng minh rằng HD = KC;

b) Biết AB = 6cm, CD = 15cm. Tính độ dài các đoạn HD, KC.

12. Cho tam giác cân ABC (AB = AC), phân giác BD, CE.

a) Tứ giác BEDC là hình gì ? Vì sao ?

b) Chứng minh BE = ED = DC;

c) Biết $\widehat{A}=50^0$. Tính các góc của tứ giác BEDC.

13. Chứng minh rằng hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

14. Cho tam giác đều ABC. Từ điểm O trong tam giác đó kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC ở D, kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC ở E, kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB ở F.

a) Tứ giác ADOF là hình gì ? Vì sao?

b) So sánh chu vi của tam giác DEF với tổng độ dài các đoạn OA, OB, OC.

15. Cho tam giác đều ABC, hai đường cao BN, CM.

a) Chứng minh tứ giác BMNC là hình thang cân;

b) Tính chu vi của hình thang BMNC, biết chu vi ΔABC bằng 24 dm.

III. Hướng dẫn

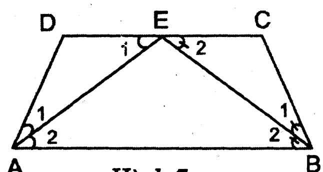
7. Do AB // CD (giả thiết) nên $\widehat{B}+\widehat{C}=180^0$ (1)

Mặt khác $\widehat{B}-\widehat{C}=24^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2\widehat{B} = 204^0$, do đó $\widehat{B} = 102^0$, từ đó ta có $\widehat{C} = 180^0 - 102^0 = 78^0$.

Ta có $\widehat{A}+\widehat{D}=180^0$, mà $\widehat{A} = 1,5\widehat{D}$ nên $\widehat{D} + 1,5\widehat{D} = 180^0$, suy ra $\widehat{D} = 72^0$ và $\widehat{A} = 108^0$.

8. (Hình 7).



Hình 7

Do AB // CD (giả thiết), ta có:

$A_2 = E_1$ (hai góc so le trong) AE là phân giác của góc A (giả thiết) nên $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

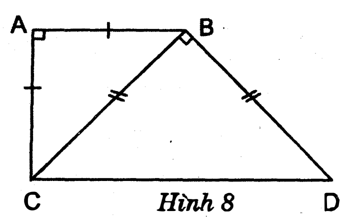
Suy ra $A_1 = \widehat{E_1}$, tam giác ADE cân ở D, do đó DE = AD (1)

Chứng minh tương tự EC = CB (2)

Từ (1) và (2), ta có:

DE + EC = AD + BC hay CD = AD + BC.

9. (Hình 8).



Hình 8

a) Tam giác ABC vuông cân ở A nên $\widehat{ACB}=45^0$.

Tam giác BCD vuông cân ở B nên $\widehat{BCD}=45^0$.

Suy ra $\widehat{ACD}=\widehat{ACB}+\widehat{BCD}=45^0+45^0=90^0$. AB và CD cùng vuông góc với AC nên AB // CD.

Tứ giác ABDC là hình thang vuông.

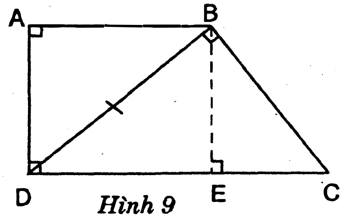
b) Tam giác ABC vuông ở A, theo định lí Pi – ta – go, ta có

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$.

Trong tam giác vuông BCD, ta lại có:

$CD^2 = BC^2 + BD^2 = 50 + 50 = 100$, suy ra CD = 10cm.

10. (Hình 9)



Hình 9

a) Tam giác BCD vuông cân ở B nên $\widehat{C} = 45^0$, suy ra $\widehat{B} = 180^0 - 45^0 = 135^0$.

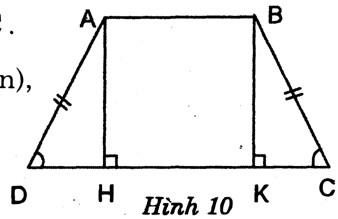
b) Kẻ BE ⊥ CD. Hình thang ABED có BE // AD nên AD = BE và AB = DE. BE là đường cao của tam giác cân BCD nên BE là trung tuyến của tam giác đó, suy ra CD = 2DE = 2AB = 6cm.

$\widehat{ADB} = \widehat{ADC} - \widehat{BDC} = 90^0 - 45^0 = 45^0$. Tam giác ABD vuông cân cân ở A do đó AD = AB = 3cm, suy ra BE = 3cm.

Trong tam giác vuông cân BEC, ta có:

$BC^2 = BE^2 + EC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$, suy ra $BC = \sqrt{18}$ (cm).

11. (Hình 10).



Hình 10

a) ABCD là hình thang cân nên AD = BC, $\widehat{D} = \widehat{C}$.

ΔAHD = ΔBKC (cạnh huyền và một góc nhọn), suy ra DH = KC.

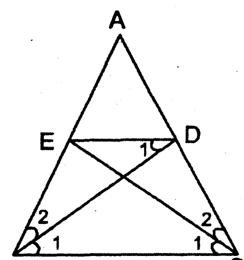
b) AH ⊥ CD, BK ⊥ CD suy ra AH // BK.

Lại có AB // HK, do đó HK = AB.

Ta có DH + KC = CD – HK = CD – AB, suy ra

$$DH = KC = \frac{CD - AB}{2} = \frac{15-6}{2} = 4{,}5 \text{ (cm)}$$

12. (Hình 11).



Hình 11

a) ΔADB = ΔAEC (g – c – g), suy ra AD = AE.

Tam giác ADE cân ở A, ta có $\widehat{AED} = \dfrac{180^0 - \widehat{A}}{2}$.

Tam giác ABC cân ở A, ta có: $\widehat{ABC} = \dfrac{180^0 - \widehat{A}}{2}$

Suy ra BC // ED. Tứ giác BECD là hình thang.

Lại có: $\widehat{B}=\widehat{C}$ nên BEDC là hình thang cân.

b) BECD là hình thang cân, ta có BE = DC (1)

Do ED // BC nên $\widehat{B_1}=\widehat{D_1}$ (hai góc so le trong), mà $\widehat{B_1}=\widehat{B_2}$, suy ra $\widehat{D_1}=\widehat{B_2}$. Tam giác BED cân ở E, ta có EB = ED (2)

Từ (1) và (2) suy ra BE = ED = DC.

c) Ta có: $\widehat{B}=\widehat{C}=\dfrac{180^0-\widehat{A}}{2}=\dfrac{180^0-50^0}{2}=65^0$.

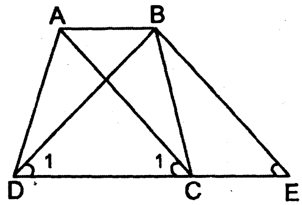
$\widehat{B}+\widehat{BED}=180^0$, suy ra $\widehat{BED}=180^0-65^0=115^0$.

$\widehat{CDE}=\widehat{BED}=115^0$.

13. (Hình 12).

Xét hình thang ABCD, AB // CD và AC = BD.

Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, DC ở E.



Hình 12

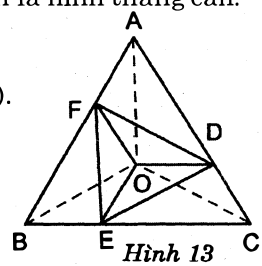
Hình thang ABEC có hai cạnh bên song song BE // AC nên BE = AC, mà AC = BD, suy ra BD = BE, do đó tam giác BED cân ở B nên $\widehat{D_1}=\widehat{E}$.

Do đó AC // BE nên $\widehat{C_1}=\widehat{E}$ (hai góc đồng vị), suy ra $\widehat{C_1}=\widehat{D_1}$.

$\Delta ACD=\Delta BCD$ (c . g . c), suy ra $\widehat{ADC}=\widehat{BCD}$.

Hình thang ABCD có hai góc kề một đáy bằng nhau nên là hình thang cân.

14. (Hình 13).



Hình 13

Do OE // AB (giả thiết) nên $\widehat{OEC}=\widehat{B}$ (hai góc đồng vị).

Ta lại có: $\widehat{B}=\widehat{C}$, do đó $\widehat{OEC}=\widehat{C}$.

Mặt khác OD // EC (giả thiết), vì thế tứ giác CDOE là hình thang cân, suy ra OC = ED.

Chứng minh tương tự:

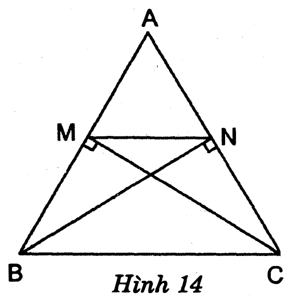
Tứ giác ADOF là hình thang cân, suy ra OA = DF.

Tứ giác BEOF là hình thang cân, suy ra OB = EF.

Vậy chu vi tam giác DEF bằng:

DF + FE + ED = OA + OB + OC.

15. (Hình 14).



Hình 14

a) $\Delta ANB=\Delta AMC$ (cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau) suy ra AM = AN, do đó tam giác AMN cân ở A.

Hai tam giác cân AMN và ABC có chung góc ở đỉnh A nên các góc ở đáy bằng nhau: $\widehat{AMN}=\widehat{ABC}$ do đó MN // BC, suy ra tứ giác BCNM là hình thang.

Ta lại có $\widehat{B}=\widehat{C}$ nên BCNM là hình thang cân.

Chú ý: Có thể chứng minh hình thang BMNC có hai đường chéo bằng nhau BN = CM nên là hình thang cân.

b) Chu vi tam giác đều ABC bằng 24dm nên BC = CA = AB = 8 dm, từ đó ta có: BM = CN = 4dm.

Theo bài 12 thì BM = MN = NC.

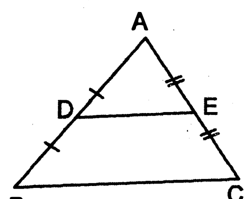
Vậy chu vi của hình thang BMNC bằng:

BM + MN + NC + CB = 4 + 4 + 4 + 8 = 20 (dm).

§ 3. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC CỦA HÌNH THANG

I. Các kiến thức cần nhớ

1. Đường trung bình của tam giác



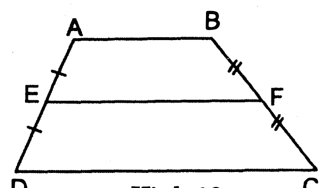
Hình 15

• Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm của cạnh thứ ba.

• Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

• Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy DE // BC *và* DE = $\frac{1}{2}$BC.

2. Đường trung bình của hình thang



Hình 16

• Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.

• Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.

• *Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.*

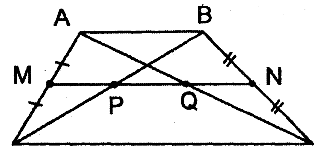
$EF \,//\, AB$, $EF \,//\, CD$ và $EF = \dfrac{AB+CD}{2}$.

Ví dụ 3. Cho hình thang ABCD (AB // CD), M là trung điểm của AD, N là trung điểm của BC. Gọi P và Q theo thứ tự là giao điểm của MN với BD và AC. Cho biết CD = 8cm, MN = 6cm.

a) Tính độ dài cạnh AB;

b) Tính độ dài các đoạn MP, PQ, QN.

Giải



Hình 17

a) Theo đề bài: M là trung điểm của AD, N là trung điểm của BC nên MN là đường trung bình của hình thang ABCD, do đó $MN = \dfrac{AB+CD}{2}$ hay $6 = \dfrac{AB+8}{2}$ suy ra AB + 8 = 12, do đó AB = 4 (cm).

b) Vì MN là đường trung bình của hình thang ABCD (theo câu a) nên MN // AB và MN // CD.

ΔABD có MA = MD (giả thiết) và MP // AB nên PB = PD, do đó MP là đường trung bình của tam giác ABD, suy ra $MP = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$(cm).

Chứng minh tương tự NQ là đường trung bình của ΔABC nên $NQ = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$(cm).

MQ là đường trung bình của tam giác ACD nên $MQ = \dfrac{CD}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$.

Suy ra PQ = MQ – MP = 4 – 2 = 2(cm).

Vậy MP = PQ = QN = 2(cm).

II. Bài tập

16. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC, I là trung điểm của AM. Tia BI cắt AC ở D. Qua M kẻ đường thẳng song song với BD cắt AC ở E. Chứng minh:

a) AD = DE = EC;

b) $ID = \frac{1}{4}BD$.

17. Cho tam giác ABC, AB > AC. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho BE = AC. Gọi I, D, F theo thứ tự là trung điểm của CE, AE, BC. Chứng minh:

a) Tam giác IDF là tam giác cân;

b) $\widehat{BAC} = 2\widehat{IDF}$.

18. Cho hình thang vuông ABCD, $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^0$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD. Chứng minh:

a) Tam giác MAD là tam giác cân;

b) $\widehat{MAB} = \widehat{MDC}$.

19. Cho tam giác ABC có BC = 4cm. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AC, AB; M và N theo thứ tự là trung điểm của BE và CD. MN cắt BD ở P, cắt CE ở Q.

a) Tính độ dài đoạn MN;

b) Chứng minh rằng MP = PQ = QN.

20. Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Gọi G là trọng tâm của tam giác. Qua G kẻ đường thẳng d cắt hai cạnh AB và AC. Gọi AA', BB', CC', MM' là các đường vuông góc kẻ từ A, B, C, M đến đường thẳng d. Chứng minh:

a) $MM' - \frac{BB' + CC'}{2}$;

b) AA' = BB' + CC'.

21. Cho tam giác vuông cân ABC, $\widehat{A} = 90^0$. Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho AD = AE. Từ C kẻ đường vuông góc với BE cắt BA ở I.

a) Chứng minh BE = CI;

b) Qua D và A kẻ đường vuông góc với BE cắt BC lần lượt ở M và N. Chứng minh rằng MN = NC.

22. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC. Phân giác của góc A và góc B cắt EF theo thứ tự ở I và K

a) Chứng minh tam giác AIE và tam giác BKF là các tam giác cân;

b) Chứng minh tam giác AID và tam giác BKC là các tam giác vuông;

c) Chứng minh $IE = \frac{1}{2}AD$ và $KF = \frac{1}{2}BC$;

d) Cho AB = 5cm, CD = 18cm, AD = 6cm và BC = 7cm. Tính độ dài đoạn thẳng IK.

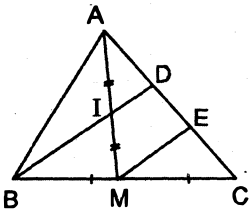
23. Cho tam giác cân ABC, hai đường trung tuyến BC và CE cắt nhau ở G. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BG và CG, I và K theo thứ tự trung điểm của GM, GN.

a) Tứ giác IEDK là hình gì ? Vì sao ?

b) Tính DE + IN, biết BC = 10cm.

III. Hướng dẫn

16. (Hình 18).



Hình 18

a) Tam giác AME có I là trung điểm của AM, ID // ME nên AD = DE (1).

Tam giác BCD có M là trung điểm của BC, ME // BD nên DE = EC (2).

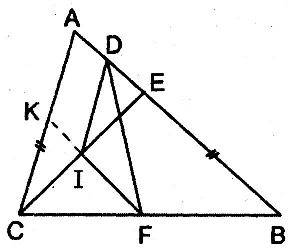
Từ (1) và (2) suy ra AD = DE = EC.

b) Tam giác AME có I là trung điểm của AM, D là trung điểm của AE nên ID là đường trung bình của tam giác đó, suy ra $ID = \frac{1}{2}ME$ (3).

Tương tự ME là đường trung bình của ΔBCD, suy ra $ME = \frac{1}{2}BD$ (4).

Từ (3) và (4), ta được $ID = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}BD = \frac{1}{4}BD$.

17. (Hình 19).



Hình 19

a) ID là đường trung bình của tam giác AEC nên $ID = \frac{1}{2}AC$ (1)

IF là đường trung bình của tam giác BCE nên $IF = \frac{1}{2}BE$ (2)

Mặt khác AC = BE (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra ID = IF, do đó tam giác DIF là tam giác cân ở I.

b) FI là đường trung bình của tam giác BEC nên FI // BE. Gọi giao điểm của FI với AB là K thì IK // AB, ta có $\widehat{A}=\widehat{IKC}$ (hai góc đồng vị).

ID là đường trung bình của tam giác AEC nên ID // AB, ta có $\widehat{IKC}=\widehat{KID}$.

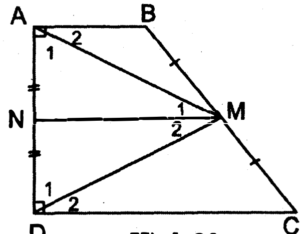
Suy ra $\widehat{KID}=\widehat{A}$, do đó $\widehat{DIF}=180^0-\widehat{A}$.

Trong tam giác cân IDF, ta có:

$$\widehat{IDF}=\frac{180^0-\widehat{A}}{2}=\frac{180^0-\left(180^0-\widehat{A}\right)}{2}=\frac{\widehat{A}}{2}.$$

Suy ra $\widehat{A}=2\widehat{IDF}$ hay $\widehat{BAC}=2\widehat{IDF}$.

18. (Hình 20).



Hình 20

a) MN là đường trung bình của hình thang ABCD nên MN // AB mà AB ⊥ AD, do đó MN ⊥ AD.

Tam giác AMD có MN vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến nên là tam giác cân.

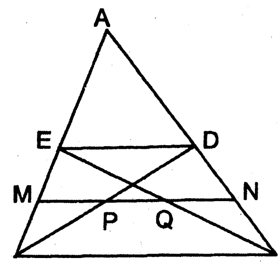
b) *Cách 1.* Tam giác AMD cân ở M (theo câu a) nên $\widehat{A_1}=\widehat{D_1}$, nhưng $\widehat{A_1}+\widehat{A_2}=90^0$, $\widehat{D_1}+\widehat{D_2}=90^0$, suy ra $\widehat{A_2}=\widehat{D_2}$ hay $\widehat{MAB}=\widehat{MDC}$.

Cách 2. Do MN // AB và MN // CD, ta có:

$\widehat{A_2}=\widehat{M_1}$ (hai góc so le trong), $\widehat{D_2}=\widehat{M_2}$ (hai góc so le trong).

Mặt khác MN là phân giác của góc M trong tam giác cân AMD nên $\widehat{M_1}=\widehat{M_2}$. Từ đó suy ra $\widehat{A_2}=\widehat{D_2}$ hay $\widehat{MAB}=\widehat{MDC}$.

19. (Hình 21).



Hình 21

a) ED là đường trung bình của tam giác ABC nên

$ED = \frac{1}{2}BC = \frac{4}{2} = 2$ (cm)

MN là đường trung bình của hình thang BEDC nên MN // ED, MN // BC

và $MN = \frac{ED+BC}{2}=\frac{2+4}{2}=3$ (cm).

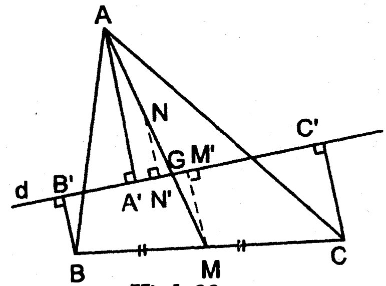
b) ΔBED có M là trung điểm của BE, MP // ED nên P là trung điểm của BD, do đó MP là đường trung bình của tam giác đó, suy ra $MP = \frac{1}{2}ED = 1$cm.

Tương tự: MQ là đường trung bình của tam giác EBC, suy ra $MQ = \frac{1}{2}BC = 2$cm, do đó PQ = MQ – MP = 2cm – 1cm = 1cm.

NQ là đường trung bình của tam giác CED, suy ra $NQ = \frac{1}{2}ED = 1$cm.

Vậy MP = PQ = QN.

20. (Hình 22)



Hình 22

a) BB' // CC' vì cùng vuông góc với đường thẳng d. Tứ giác BB'C'C là hình thang.

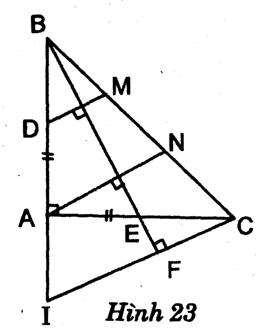
MM' song song với BB' và CC' mà M là trung điểm của BC nên M' là trung điểm của B'C', do đó MM' là đường trung bình của hình thang BCC'B', suy ra: $MM' = \dfrac{BB' + CC'}{2}$ (1).

b) Gọi N là trung điểm của AG, kẻ NN' ⊥ A'G, ta có NN' là đường trung bình của tam giác AGA', do đó $NN' = \dfrac{1}{2}AA'$.

ΔMM'G = ΔNN'G (cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau), do đó MM' = NN'. Suy ra $MM' = \dfrac{AA'}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{AA'}{2} = \dfrac{BB' + CC'}{2}$ hay AA' = BB' + CC'.

21. (Hình 23).



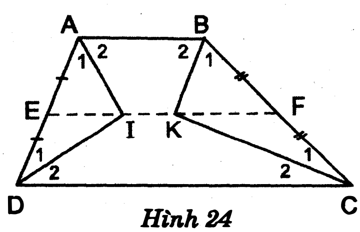
Hình 23

a) Gọi chân đường vuông góc kẻ từ C đến BE là F. Hai tam giác vuông ABE và FCE có $\widehat{AEB} = \widehat{FEC}$ (hai góc đối đỉnh) nên $\widehat{ABE} = \widehat{FCE}$.

ΔABE = ΔACI (g – c – g), suy ra BE = CI.

b) DM, AN và IC cùng vuông góc với BE nên AN // DM và AN // IC. ΔABE = ΔACI (theo câu a) nên AE = AI, mà AE = AD, do đó AD = AI. Từ đó trong hình thang DMCI, ta có MN = NC.

22. (Hình 24).



Hình 24

a) EF là đường trung bình của hình thang ABCD nên EF // AB và EF // CD.

Do EF // AB, ta có $\widehat{I_1} = \widehat{A_2}$ (hai góc so le trong), mà $\widehat{A_2} = \widehat{A_1}$, suy ra $\widehat{I_1} = \widehat{A_1}$ do đó ΔAIE cân ở E.

Chứng minh tương tự ΔBKF cân ở F.

b) ΔAIE cân ở E (theo câu a) nên EA = EI, mà EA = ED suy ra EI = ED, do đó ΔEID cân ở E, ta có $\widehat{E_2} = \widehat{D_1}$ nhưng $\widehat{I_2} = \widehat{D_2}$ (so le trong) vì thế $\widehat{D_1} = \widehat{D_2} = \dfrac{1}{2}\widehat{D}$.