VŨ HỮU BÌNH – TÔN THÂN – ĐỖ QUANG THIỀU

TOÁN BỒI DƯỠNG
HỌC SINH LỚP 8

PHẦN HÌNH HỌC

Theo chương trình mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo

(Tái bản lần thứ sáu)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BIÊN SOẠN :

VŨ HỮU BÌNH : Phần Đại số
và Chương IV phần Hình học

TÔN THÂN : Các chương I, II, III phần Hình học

ĐỖ QUANG THIỀU : Phần Đề thi

Lời nói đầu

Cuốn sách ***Toán bồi dưỡng học sinh lớp 8*** thuộc hệ thống sách *Toán bồi dưỡng học sinh phổ thông* từ lớp 1 đến lớp 12. Ngay từ khi mới ra đời, cuốn sách đã nhận được sự hoan nghênh của đông đảo bạn đọc.

Cuốn sách được chia thành hai tập : tập một là phần Đại số, tập hai là phần Hình học. Các tác giả đã chọn lọc những bài tập cơ bản và tiêu biểu nhất cho từng đề mục của chương trình lớp 8 nhằm đào sâu nội dung môn Toán và phát triển năng lực tư duy linh hoạt sáng tạo. Cuối mỗi tập có phần *Đề thi* giới thiệu một số bài toán trong các kì thi chọn học sinh giỏi lớp 8 cấp Thành phố và cấp Quận của Hà Nội từ năm 1977 đến nay.

Đối với các em học sinh giỏi, sau khi đã làm các bài tập trong cuốn sách này, các em có điều kiện để giải các bài tập trong các cuốn sách khác dành riêng cho các em. Do đó cuốn sách sẽ thích hợp với nhiều đối tượng học sinh lớp 8 và góp phần bồi dưỡng học sinh vươn lên học khá và học giỏi môn Toán.

Mong rằng cuốn sách ***Toán bồi dưỡng học sinh lớp 8*** sẽ bổ ích cho các em học sinh phổ thông yêu thích môn Toán, các thầy cô giáo dạy Toán và các bậc cha mẹ học sinh.

Mặc dù đã cố gắng song cuốn sách vẫn có thể còn thiếu sót. Các tác giả mong nhận được sự góp ý của đông đảo bạn đọc. Mọi ý kiến xin gửi về :

Công ty CP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội, 187B - Giảng Võ - Hà Nội.

Xin trân trọng cảm ơn.

CÁC TÁC GIẢ

Phần hình học

Chương I
TỨ GIÁC

§1. TỨ GIÁC

Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

Ta chỉ xét tứ giác lồi. Tổng bốn góc của một tứ giác (lồi) bằng 360^{o}.

Ví dụ 1

Tứ giác ABCD có đường chéo AC bằng cạnh AD. Chứng minh rằng cạnh BC nhỏ hơn đường chéo BD.

Giải. (h. 1) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trong tam giác AOD, ta có :

$AD < AO + OD$. (1)

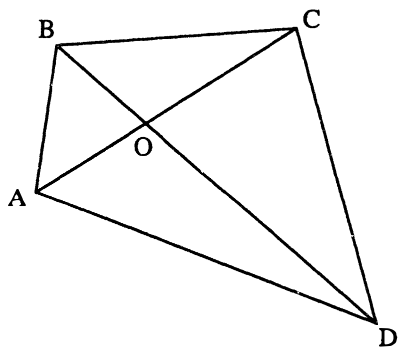
Trong tam giác BOC, ta có

$BC < OC + BO$. (2)

Cộng từng vế hai bất đẳng thức (1) và (2) ta được

$AD + BC < AC + BD$ (3)

Theo giả thiết AC = AD nên từ (3) suy ra BC < BD (đpcm).

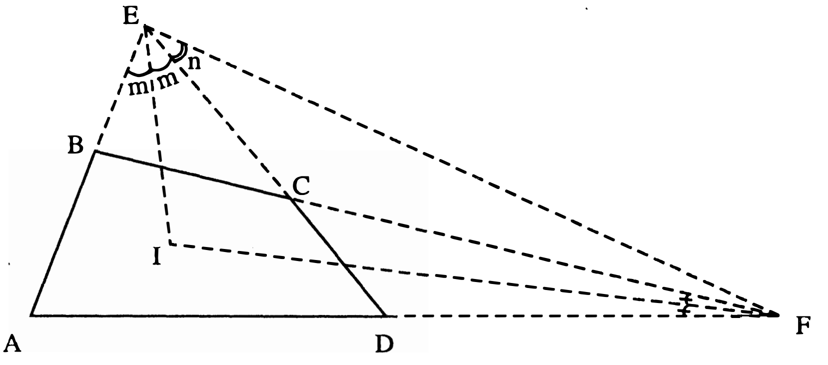


Hình 1

Ví dụ 2

Cho tứ giác ABCD. Các tia AB và DC cắt nhau tại E, các tia BC và AD cắt nhau tại F. Tính góc tạo bởi hai tia phân giác của góc E và góc F.

Giải. (h. 2) Gọi I là giao điểm hai tia phân giác của góc E và góc F. Nối E với F. Xét ba tam giác ECF, EIF và EAF có chung cạnh EF. Dùng kí hiệu trên hình 2 ta có thể viết :



Hình 2

$$\widehat{FEI} = m + n = \frac{(2m+n)+n}{2} = \frac{\widehat{FEA} + \widehat{FEC}}{2}.$$

Tương tự, ta có $\widehat{EFI} = \dfrac{\widehat{EFA} + \widehat{EFC}}{2}$.

Vì tổng số đo các góc của một tam giác bằng 180° nên trong tam giác EIF ta có

$$\widehat{EIF} = 180^{\circ} - \widehat{FEI} - \widehat{EFI}$$

$$= 180^{\circ} - \frac{\widehat{FEA} + \widehat{FEC}}{2} - \frac{\widehat{EFA} + \widehat{EFC}}{2}$$

$$= \frac{(180^{\circ} - \widehat{FEA} - \widehat{EFA}) + (180^{\circ} - \widehat{FEC} - \widehat{EFC})}{2} = \frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{2}.$$

Vậy góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc E và F bằng nửa tổng hai góc A và C.

BÀI TẬP

1. Trong tứ giác ABCD, AB + BD không lớn hơn AC + CD. Chứng minh rằng AB < AC.
2. Chứng minh rằng nếu O là một điểm bất kì nằm trong tứ giác ABCD sao cho diện tích các tam giác ABO, BCO, CDO và DAO bằng nhau thì O phải thuộc một trong hai đường chéo AC và BD.

§2. HÌNH THANG

> Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.
>
> Hình thang cân là hình thang có hai góc kề với một đáy bằng nhau. Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau, hai đường chéo bằng nhau.
>
> Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

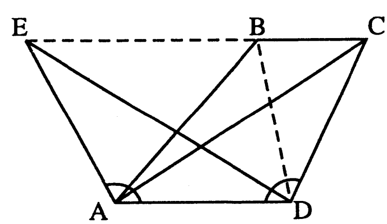
Ví dụ 3

Chứng minh rằng, nếu các góc ở đáy của một hình thang không bằng nhau thì đường chéo phát xuất từ đỉnh góc nhỏ sẽ lớn hơn đường chéo phát xuất từ đỉnh góc lớn.

Giải. (h. 3)

Giả sử hình thang ABCD có $\widehat{A} < \widehat{D}$. Ta phải chứng minh AC > BD.

Qua A kẻ một tia tạo với AD một góc bằng $\widehat{ADC}$, cắt đường thẳng BC tại E, ta được hình thang cân AECD. Suy ra $\widehat{AEB} = \widehat{DCB}$ và AC = DE. Ta có $\widehat{EBD} > \widehat{DCB}$ (góc ngoài của tam giác) nên $\widehat{EBD} > \widehat{AEB} > \widehat{BED}$.



Hình 3

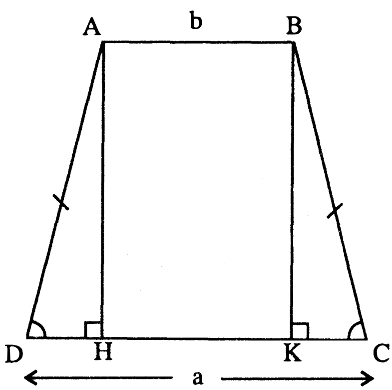
Trong tam giác BED, $\widehat{EBD} > \widehat{BED}$ nên DE > BD mà DE = AC suy ra AC > BD.

Ví dụ 4

Hình thang cân ABCD có đáy nhỏ AB = b, đáy lớn CD = a, đường cao AH bằng nửa tổng hai đáy. Tính độ dài cạnh bên theo a và b.

Giải. (h. 4)

Kẻ đường cao BK. Ta có ΔAHD = ΔBKC (cạnh huyền – góc nhọn) nên



Hình 4

$$HD = KC = \frac{CD - HK}{2} = \frac{CD - AB}{2} = \frac{a - b}{2}.$$

Xét tam giác AHD vuông tại H, ta có

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2.$$

$$= \frac{2a^2 + 2b^2}{4} = \frac{a^2 + b^2}{2}$$

Vậy $AD = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$.

BÀI TẬP

3. Hình thang ABCD có đáy lớn CD bằng tổng hai cạnh bên. Chứng minh rằng các tia phân giác của hai góc kề đáy nhỏ gặp nhau tại một điểm thuộc đáy lớn.

4. Hình thang ABCD có đáy BC = 9cm, đáy AD = 30cm, cạnh bên AB = 20cm và CD = 13 cm. Các đường cao BH, CK chia đáy lớn AD thành các đoạn thẳng AH, HK, KD. Tính độ dài các đoạn thẳng ấy.

5. Cho một điểm O nằm trong tam giác đều ABC. Kẻ OA', OB', OC' theo thứ tự vuông góc với các cạnh BC, AC, AB. Chứng minh rằng tổng AC' + BA' + CB' không đổi khi điểm O thay đổi vị trí trong tam giác ABC.

6. Một hình thang vuông có các cạnh đáy bằng 10 cm và 17 cm, chiều cao bằng 24 cm. Tính chu vi hình thang.

§3. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC, CỦA HÌNH THANG

Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.

Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm các cạnh bên của hình thang.

Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.

Ví dụ 5

Chứng minh rằng đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh đối của một tứ giác lồi không lớn hơn nửa tổng của hai cạnh đối còn lại.

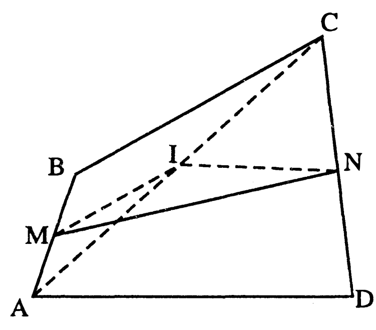
Giải. Giả sử cho tứ giác ABCD có M là trung điểm của AB, N là trung điểm của CD. Ta phải chứng minh $MN \le \dfrac{BC + AD}{2}$. (1)

Cách 1. Viết (1) dưới dạng $MN \le \dfrac{BC}{2} + \dfrac{AD}{2}$.

Điều này gợi ý cho ta tạo ra một tam giác có ba cạnh lần lượt bằng MN, $\dfrac{BC}{2}$ và $\dfrac{AD}{2}$.

Do đó, ta có thể giải bài toán như sau : (h. 5) :

Gọi I là trung điểm của AC. Nối M và N với I.



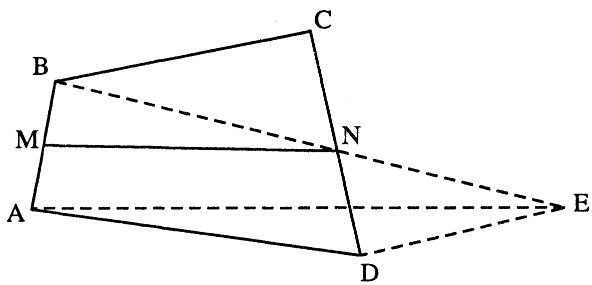
Hình 5

Đối với ba điểm M, I, N ta có $MN \le MI + IN$, (2)
nhưng MI và NI là các đường trung bình của tam giác ABC và tam giác ACD nên $MI = \dfrac{BC}{2}$ và $IN = \dfrac{AD}{2}$.

Vậy (2) có thể viết là $MN \le \dfrac{BC}{2} + \dfrac{AD}{2}$ hay $MN \le \dfrac{BC + AD}{2}$.

(Dấu "=" xảy ra khi M, I, N thẳng hàng, tức là BC // AD. Khi đó ABCD trở thành hình thang).

Cách 2. Biến đổi (1) thành $2MN \le BC + AD$. Điều này gợi ý cho ta tạo ra một tam giác có các cạnh lần lượt là 2MN, BC và AD. Do đó, ta có thể giải bài toán như sau (h. 6).



Hình 6

Trên tia đối của tia NB ta lấy điểm E sao cho NE = NB. Nối A và D với E. $\Delta BCN = \Delta EDN$ (c.g.c) nên BC = DE (3). Vì MN là đường trung bình của ΔABE nên AE = 2MN (4). Đối với 3 điểm A, D, E ta có $AE \le DE + AD$.

Do (3) và (4) ta suy ra $2MN \le BC + AD$ hay $MN \le \dfrac{BC + AD}{2}$.

(dấu "=" xảy ra khi A, D, E thẳng hàng, tức là BC // AD hay ABCD là hình thang).

Ví dụ 6

Từ ba đỉnh của một tam giác, hạ các đường vuông góc xuống một đường thẳng d không cắt cạnh nào của tam giác đó. Chứng minh rằng tổng độ dài ba đường vuông góc đó gấp ba lần độ dài đoạn thẳng vuông góc hạ từ trọng tâm tam giác xuống đường thẳng d.

Giải. (h. 7)

Giả sử tam giác ABC có ba đường trung tuyến AD, BE, CF cắt nhau tại O ; các đoạn AG, BH, CK, OI đều vuông góc với đường thẳng d. Ta phải chứng minh AG + BH + CK = 3OI.